

# Ecole Polytechnique

## MODAL MAP441B-SNE

Sujet proposé par François Alouges: francois.alouges@polytechnique.edu

### Simulation numérique d'écoulements biologiques

La simulation numérique d'écoulements fluides permet de traiter des écoulements biologiques, qu'ils soient sanguins ou aériens (dans les poumons en particulier). Le point de départ consiste à considérer les équations de Navier-Stokes qui modélisent les écoulements incompressibles

$$\begin{cases} \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u \right) - \nu \Delta u + \nabla p = f \\ \operatorname{div} u = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Dans l'équation précédente,  $u$  est la vitesse du fluide en un point,  $p$  sa pression (ce sont des inconnues), les constantes  $\rho$  et  $\nu$  sont respectivement la densité et la viscosité du fluide et  $f$  représente les forces extérieures (par exemple la gravité). On adjoint en général à ces équations qui sont posées dans le domaine fluide, des conditions au bord qui modélisent le comportement sur le bord du domaine fluide.

Toutefois, dans des écoulements biologiques pour lesquels l'influence de la taille des vaisseaux est cruciale, l'équation se simplifie, les termes inertiels disparaissent et seule la viscosité du fluide joue un rôle pertinent. On utilise ainsi généralement l'équation de Stokes

$$\begin{cases} -\nu \Delta u + \nabla p = f \\ \operatorname{div} u = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Le sujet propose d'aborder les divers aspects de la modélisation numérique de ces équations en traitant le cas d'un écoulement dans une artère cylindrique. Outre la compréhension de la dérivation des équations, on attend que le binôme étudie le cas d'un écoulement à l'intérieur d'une artère dont la paroi est déformable et élastique et modélisée elle-même à l'aide d'un modèle d'élasticité linéarisée. Si le temps le permet, on envisagera à la fin le cas d'un écoulement dans une bifurcation artérielle en forme de fourche.