Couplage Déplacement et Choix

Mouvement de chevreuils dans un paysage agricole

Michel Goulard & Nicolas Morellet

UMR DYNAFOR (Dynamiques forestières dans l'espace rural)
Départment de Mathématiques et Informatique Appliquées
INRA, Centre de Toulouse, Auzeville

Laboratoire Comportement et Ecologie de la Faune Sauvage
Département Ecologie des Forêts, Prairies et milieux Aquatiques
INRA, Centre de Toulouse, Auzeville

Couplage Déplacement et Choix

Nombreuses études sur la sélection de l'habitat et la mobilité des animaux

- Modélisation du choix :
  RSF = unités de ressources rangées en accord avec utilisation
- Modélisation du déplacement :
  SSM = State-Space Model équation d'état : comment les vrais localisations sont liées équation d'observation : comment les localisations sont observées
  mais modèle de déplacement ? hypothèses ?
  EDS = équations différentielles stochastiques
  apprendre sur le déplacement par un modèle sur la dérive et sur la diffusion

Couplage Déplacement et Choix

- Coupler les deux
  Lele et Keim (2006) :
  Resource Selection Probability Function
  intégration du disponible par une loi de probabilité qui définit le disponible sur lequel agit la sélection
- utiliser un modèle de mouvement pour fixer les resources disponibles et appliquer un modèle de choix

Modèle de couplage

Les trajectoires sont liées à un modèle de mouvement et de trajectoire
Si $Y(t)$ est la localisation d'un animal au temps t,
$(Y(t_1), ..., Y(t_n))$ est la trajectoire observée avant t et si $X(y)$ est la valeur des variables décrivant le milieu au site y :

$$P(Y(t) \in dy|(Y(t_1), \ldots, Y(t_n))) \propto f(y|Y(t_n), V, t, t_n) * \Psi(X(y), U)dy$$

Vraisemblance

- Si les deux modèles f et Ψ sont des modèles paramétriques $f(.|y, v, t, s, \theta)$ et $\Psi(x, u, \beta)$
- $(y_{j,i}, t_{j,i})$ pour $j = 1, \ldots, J$ et $i = 1, \ldots, n_j$
  J nombre de trajectoires suivies, n_j nombre d'instants d'observation de la trajectoire j.
  Pour chacune des trajectoires des variables descriptives $x_{j,i,k}$ $k = 1, \ldots, K$
- La vraisemblance des observations s'écrit alors :

$$L(y_{j,i}, t_{j,i}, j = 1, \ldots, J, i = 2, \ldots, n_j|\theta, \beta, U, V) =$$

$$\prod_j \prod_i \frac{f(y_{j,i}|y_{j,i-1}, V_j, t_{j,i}, t_{j,i-1}\theta) * \Psi(X(y_{j,i-1}), U_j, \beta)}{\int_{D_j} f(z|y_{j,i-1}, t_{j,i}, t_{j,i-1}, V_j, \theta) * \Psi(X(z), U_j, \beta) dz}$$

où D_j est le domaine dans lequel se déplace l'animal j.

Modèle Déplacement

- Le modèle continu de SDE fait l'hypothèse que l'observation $Z(t)$ suit :

$$dY = \mu(Y(t), t)dt + \sigma(Y(t), t)dB(t)$$

  où $B(t)$ est un vecteur dont chaque composante suit un mouvement Brownien.

- discrétisation de cette SDE donne :

$$Y(s) - Y(t) = \mu(Y(t), t)(s - t) + \sigma(Y(t), t)\sqrt{s - t}\varepsilon$$

  où ε est un vecteur normal standard.

- quand $\mu = 0$ et $\sigma(Y(t), t) = \Sigma^{1/2}$:

$$Y(s) - Y(t) = \Sigma^{1/2}\sqrt{s - t}\varepsilon.$$

Modèle Déplacement

- Dans le cas du modèle simple de diffusion isotrope :

$$f(z|y,s,t,\theta) = \phi(\sigma\frac{(z-y)}{\sqrt{s-t}})$$

où ϕ est la distribution gaussienne standard sur le plan.

- Si chaque animal j a une matrice de variance spécifique V_j

$$f(z|y_j,V_j,s,t) = \phi(V_j\frac{(z-y_j)}{\sqrt{s-t}})$$

- Le modèle plus général s'en déduit :

$$f(z|y,v,z,s,t,\theta) = \phi(\Sigma^{-1/2}(y,t,v)\frac{(z-y-\mu(z,t)(s-t))}{\sqrt{s-t}})$$

- Utiliser des matrices de covariance diagonale

Modèle Choix

Pour Ψ des modèles ψ de type -fonction de lien issue du modèle linéaire généralisé binomial et on prendra une forme :

$$\Psi((x, u, \beta) = \psi(< x + u, \beta >)$$

ou

$$\Psi((x, u, \beta) = \psi(< x, \beta > +u)$$

avec par exemple $\psi(z) = exp(z)/(1 + exp(z))$ et où $<, >$ désigne le produit scalaire usuel.

Estimation

- Estimer le modèle de déplacement dans une première étape indépendante
- Méthode bayésienne en évaluant les intégrales

$$\int_{D_j} f(z|y_{j,i-1}, t_{j,i}, t_{j,i-1}, V_j, \theta) * \Psi(X(z), U_j, \beta) dz$$

par une somme à l'aide de points tests $z_{j,k}, k = 1, \ldots, m_j$:

$$\sum_k f(z_{j,k}|y_{j,i-1}, t_{j,i}, t_{j,i-1}, V_j, \theta) * \Psi(X(z_{j,k}), U_j, \beta).$$

- Choix d'a priori classique : pour β

$$exp(\beta)/(1 + exp(\beta))^2$$

normale centrée pour les composantes et inverse gamma pour l'hyper-paramètre.

Approche Brillinger pour SDE

- dans un premier temps on considère

$$Y_{j,i} - Y_{j,i-1} = \mu(Y_{j,i-1}, t_{j,i-1})(t_{j,i} - t_{j,i-1}) + \sqrt{(t_{j,i} - t_{j,i-1})}\varepsilon_{j,i}$$

  où on suppose $\varepsilon_{j,i}$ est un vecteur normal de matrice de variance-covariance fixe,
- La fonction $\mu(t, z)$ est estimée par une procédure non paramétrique à partir des vitesses apparentes

$$W_{j,i} = \frac{Y_{j,i} - Y_{j,i-1}}{(t_{j,i} - t_{j,i-1})}$$

  en pondérant dans l'ajustement moindres carrés chacune par $\sqrt{(t_{j,i} - t_{j,i-1})}$.

Approche Brillinger pour SDE

- dans un deuxième temps nous calculons les résidus :

$$\Psi_{j,i} = log\left((W_{j,i} - \hat{\mu}(Y_{j,i-1}, t_{j,i-1}))\sqrt{(t_{j,i} - t_{j,i-1})}\right)$$

  et nous ajustons la fonction $\log(\sigma(z,t))$ à ces résidus par une méthode non-paramétrique.
- on peut itérer pour tenir compte des différences de variance des $\varepsilon_{j,i}$

Quelques intérêts

- Simuler des trajectoires
- Simuler $Y(t_{i+1})$ sachant $Y(t_j)$
- Simulation conditionnelle des points entre t_i et t_{i+1} sachant $Y(t_i)$ et $Y(t_{i+1}$, approximativement.

Mise en oeuvre estimation

- MCMC : Metropolis-Hastings
- deux fonctions R couplées à des programmes C : modèle simple et modèle SDE.
- Choix des points tests ?
- Identifiabilité ?
- C'est très lourd ! !

- 12 animaux toutes les 6 H
- 2 saisons : Octobre-Mars, Avril-Septembre
- distance au bois, effet sexe et effet individuel
- effet jour-nuit
- Modèle diffusion simple, SDE : un modèle par saison, un modèle par saison et sexe, un modèle par individu et saison
- points tests : semis uniforme ou grille par animal
- Résultats ?