

Dépasser la distribution d'utilisation peut-on aller plus loin qu'une intégrale?

Clément Calenge

Office national de la chasse et de la faune sauvage
Saint Benoist - Le Perray en Yvelines

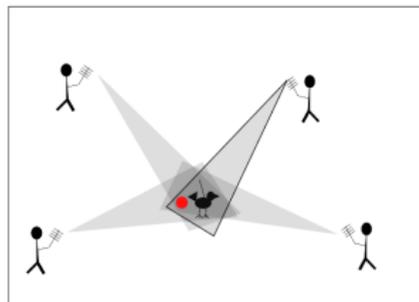
27–28 Novembre 2012

Plan

- 1 Introduction
- 2 Vers un modèle dynamique
- 3 Un modèle de trajet : la marche aléatoire biaisée
- 4 Modélisation du trajet : utilité ?
- 5 Questions mathématiques autour des déplacements d'espèces

Changement de point de vue

- Données VHF seules disponibles pendant longtemps pour l'étude de l'utilisation de l'espace par la grande faune. Coût élevé impliquant une fréquence de suivi relativement faible.



Changement de point de vue

- Données VHF seules disponibles pendant longtemps pour l'étude de l'utilisation de l'espace par la grande faune. Coût élevé impliquant une fréquence de suivi relativement faible.
- Suivi GPS : relocalisation automatique permet de disposer de relocalisation à courte fréquence sur le long terme.



Changement de point de vue

- Données VHF seules disponibles pendant longtemps pour l'étude de l'utilisation de l'espace par la grande faune. Coût élevé impliquant une fréquence de suivi relativement faible.
- Suivi GPS : relocalisation automatique permet de disposer de relocalisation à courte fréquence sur le long terme.
- **Absence de modèle pour ces suivis à long terme.** Utilisation des outils développés pour les données VHF.



Changement de point de vue

- Données VHF seules disponibles pendant longtemps pour l'étude de l'utilisation de l'espace par la grande faune. Coût élevé impliquant une fréquence de suivi relativement faible.
- Suivi GPS : relocalisation automatique permet de disposer de relocalisation à courte fréquence sur le long terme.
- **Absence de modèle pour ces suivis à long terme.** Utilisation des outils développés pour les données VHF.

Quand on n'a qu'un marteau, tous les problèmes prennent la forme de clous.



Changement de point de vue

- Données VHF seules disponibles pendant longtemps pour l'étude de l'utilisation de l'espace par la grande faune. Coût élevé impliquant une fréquence de suivi relativement faible.
- Suivi GPS : relocalisation automatique permet de disposer de relocalisation à courte fréquence sur le long terme.
- **Absence de modèle pour ces suivis à long terme.** Utilisation des outils développés pour les données VHF.

Quand on n'a qu'un marteau, tous les problèmes prennent la forme de clous.



→ Examen de ce problème sur un cas particulier : **estimation du domaine vital**

Définition biologique

Animaux sédentaires : restreignent leurs déplacements sur une surface plus ou moins grande.

→ Domaine vital.

Définition biologique

Animaux sédentaires : restreignent leurs déplacements sur une surface plus ou moins grande.

→ Domaine vital.

“la surface traversée par l'animal durant ses activités normales de recherche de nourriture, de reproduction et d'élevage des jeunes.”

Burt, W. 1943. *Journal of Mammalogy*.

Le domaine vital

La **taille** du domaine vital reflète :

- les besoins de l'espèce (gros besoins = grands DV) ;

Harestad et Bunnell. 1979 *Ecology*

Le domaine vital

La **taille** du domaine vital reflète :

- les besoins de l'espèce (gros besoins = grands DV);
Harestad et Bunnell. 1979 *Ecology*
- les besoins de l'animal (différents en fonction du sexe, et des périodes);
Cederlund et Sand. 1994. *Journal of Mammalogy*

Le domaine vital

La **taille** du domaine vital reflète :

- les besoins de l'espèce (gros besoins = grands DV) ;
Harestad et Bunnell. 1979 *Ecology*
- les besoins de l'animal (différents en fonction du sexe, et des périodes) ;
Cederlund et Sand. 1994. *Journal of Mammalogy*
- la disponibilité alimentaire dans le milieu ;
Saïd et Servanty. 2005. *Landscape Ecology*

Le domaine vital

La **taille** du domaine vital reflète :

- les besoins de l'espèce (gros besoins = grands DV) ;
Harestad et Bunnell. 1979 *Ecology*
- les besoins de l'animal (différents en fonction du sexe, et des périodes) ;
Cederlund et Sand. 1994. *Journal of Mammalogy*
- la disponibilité alimentaire dans le milieu ;
Saïd et Servanty. 2005. *Landscape Ecology*
- les perturbations subies par l'animal ;
Calenge et al. 2003. *Game and Wildlife science*

Le domaine vital

La **taille** du domaine vital reflète :

- les besoins de l'espèce (gros besoins = grands DV) ;
Harestad et Bunnell. 1979 *Ecology*
- les besoins de l'animal (différents en fonction du sexe, et des périodes) ;
Cederlund et Sand. 1994. *Journal of Mammalogy*
- la disponibilité alimentaire dans le milieu ;
Saïd et Servanty. 2005. *Landscape Ecology*
- les perturbations subies par l'animal ;
Calenge et al. 2003. *Game and Wildlife science*
- etc.

Le domaine vital

La **taille** du domaine vital reflète :

- les besoins de l'espèce (gros besoins = grands DV);
Harestad et Bunnell. 1979 *Ecology*
- les besoins de l'animal (différents en fonction du sexe, et des périodes);
Cederlund et Sand. 1994. *Journal of Mammalogy*
- la disponibilité alimentaire dans le milieu ;
Saïd et Servanty. 2005. *Landscape Ecology*
- les perturbations subies par l'animal ;
Calenge et al. 2003. *Game and Wildlife science*
- etc.

La **composition environnementale** du domaine vital reflète la sélection de l'habitat par l'animal, et ce, à différentes échelles spatiales :

Johnson. 1980. *Ecology*
 Aebischer et al. 1993. *Ecology*

Le domaine vital

La **taille** du domaine vital reflète :

- les besoins de l'espèce (gros besoins = grands DV);
Harestad et Bunnell. 1979 *Ecology*
- les besoins de l'animal (différents en fonction du sexe, et des périodes);
Cederlund et Sand. 1994. *Journal of Mammalogy*
- la disponibilité alimentaire dans le milieu ;
Saïd et Servanty. 2005. *Landscape Ecology*
- les perturbations subies par l'animal ;
Calenge et al. 2003. *Game and Wildlife science*
- etc.

La **composition environnementale** du domaine vital reflète la sélection de l'habitat par l'animal, et ce, à différentes échelles spatiales :

Johnson. 1980. *Ecology*
 Aebischer et al. 1993. *Ecology*

- Sélection du domaine vital dans la zone d'étude (disponible = zone d'étude, utilisé = DV);

Le domaine vital

La **taille** du domaine vital reflète :

- les besoins de l'espèce (gros besoins = grands DV);
Harestad et Bunnell. 1979. *Ecology*
- les besoins de l'animal (différents en fonction du sexe, et des périodes);
Cederlund et Sand. 1994. *Journal of Mammalogy*
- la disponibilité alimentaire dans le milieu;
Saïd et Servanty. 2005. *Landscape Ecology*
- les perturbations subies par l'animal;
Calenge et al. 2003. *Game and Wildlife science*
- etc.

La **composition environnementale** du domaine vital reflète la sélection de l'habitat par l'animal, et ce, à différentes échelles spatiales :

Johnson. 1980. *Ecology*
 Aebischer et al. 1993. *Ecology*

- Sélection du domaine vital dans la zone d'étude (disponible = zone d'étude, utilisé = DV);
- Sélection de sites au sein du domaine vital (disponible = Domaine vital; utilisé = localisations);

Le domaine vital

La **taille** du domaine vital reflète :

- les besoins de l'espèce (gros besoins = grands DV);
Harestad et Bunnell. 1979 *Ecology*
- les besoins de l'animal (différents en fonction du sexe, et des périodes);
Cederlund et Sand. 1994. *Journal of Mammalogy*
- la disponibilité alimentaire dans le milieu;
Saïd et Servanty. 2005. *Landscape Ecology*
- les perturbations subies par l'animal;
Calenge et al. 2003. *Game and Wildlife science*
- etc.

Domaine vital = concept intéressant pour étudier les facteurs influençant l'occupation de l'espace par un animal.

La **composition environnementale** du domaine vital reflète la sélection de l'habitat par l'animal, et ce, à différentes échelles spatiales :

Johnson. 1980. *Ecology*

Aebischer et al. 1993. *Ecology*

- Sélection du domaine vital dans la zone d'étude (disponible = zone d'étude, utilisé = DV);
- Sélection de sites au sein du domaine vital (disponible = Domaine vital; utilisé = localisations);

Le domaine vital

La **taille** du domaine vital reflète :

- les besoins de l'espèce (gros besoins = grands DV);
Harestad et Bunnell. 1979 *Ecology*
- les besoins de l'animal (différents en fonction du sexe, et des périodes);
Cederlund et Sand. 1994. *Journal of Mammalogy*
- la disponibilité alimentaire dans le milieu;
Saïd et Servanty. 2005. *Landscape Ecology*
- les perturbations subies par l'animal;
Calenge et al. 2003. *Game and Wildlife science*
- etc.

Domaine vital = concept intéressant pour étudier les facteurs influençant l'occupation de l'espace par un animal.

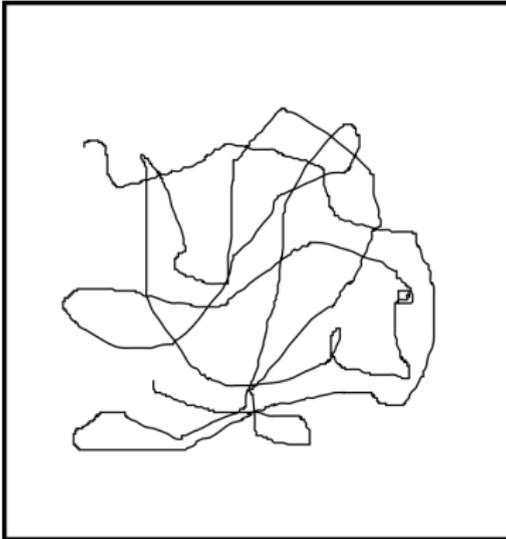
Comment estimer les limites du domaine vital ?

La **composition environnementale** du domaine vital reflète la sélection de l'habitat par l'animal, et ce, à différentes échelles spatiales :

Johnson. 1980. *Ecology*
 Aebischer et al. 1993. *Ecology*

- Sélection du domaine vital dans la zone d'étude (disponible = zone d'étude, utilisé = DV);
- Sélection de sites au sein du domaine vital (disponible = Domaine vital; utilisé = localisations);

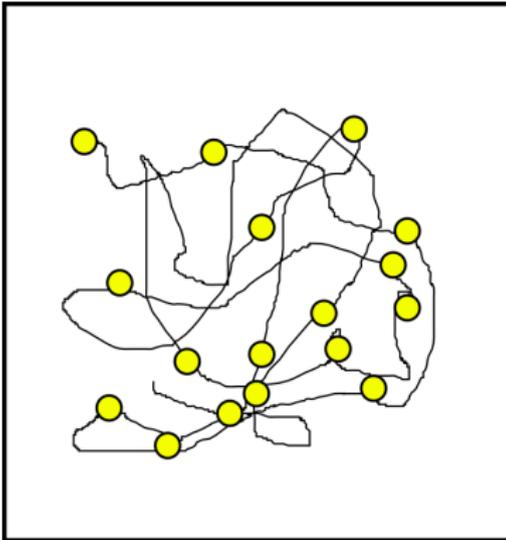
Le problème de l'estimation du domaine vital avec des données VHF



Dans un premier temps, focalisons nous sur les données VHF : donnée coûteuse = fréquence de relocalisation relativement faible.

Les déplacements de l'animal forment une structure curvilinéaire.

Le problème de l'estimation du domaine vital avec des données VHF

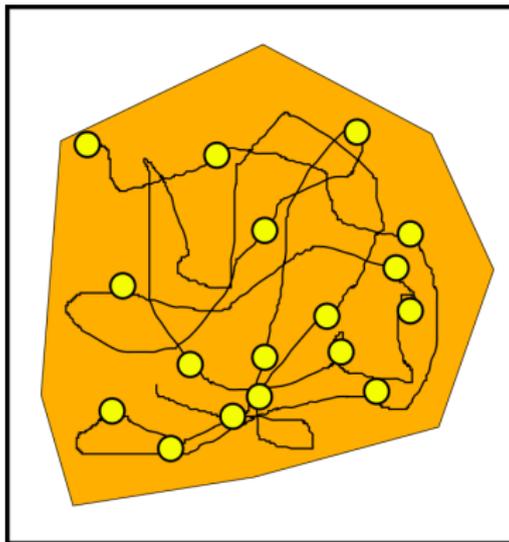


Dans un premier temps, focalisons nous sur les données VHF : donnée coûteuse = fréquence de relocalisation relativement faible.

Les déplacements de l'animal forment une structure curvilinéaire.

L'échantillonnage par radio-pistage conduit à un semis de points.

Le problème de l'estimation du domaine vital avec des données VHF



Dans un premier temps, focalisons nous sur les données VHF : donnée coûteuse = fréquence de relocalisation relativement faible.

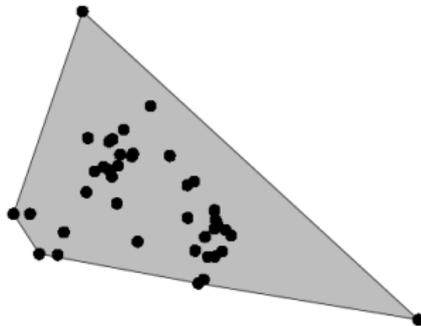
Les déplacements de l'animal forment une structure curvilinéaire.

L'échantillonnage par radio-pistage conduit à un semis de points.

Nous cherchons à estimer une surface.

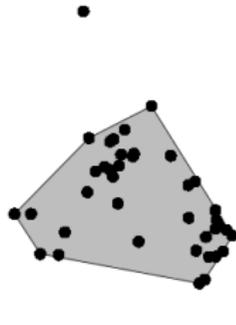
Approches ad hoc

- Minimum convex polygon (MCP),



Mohr, C. 1947. *American Midland Naturalist*.

Approches ad hoc



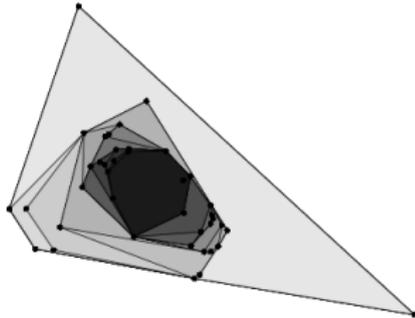
- Minimum convex polygon (MCP), éventuellement après élimination d'un % de points les plus éloignés du barycentre

Mohr, C. 1947. *American Midland Naturalist*.

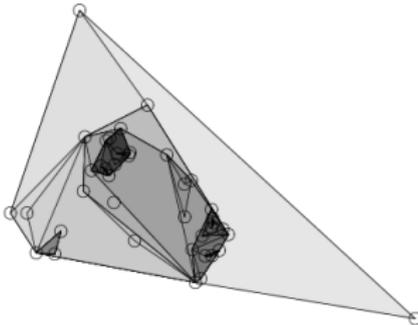
Approches ad hoc

- Minimum convex polygon (MCP), éventuellement après élimination d'un % de points les plus éloignés du barycentre

Mohr, C. 1947. *American Midland Naturalist*.



Approches ad hoc



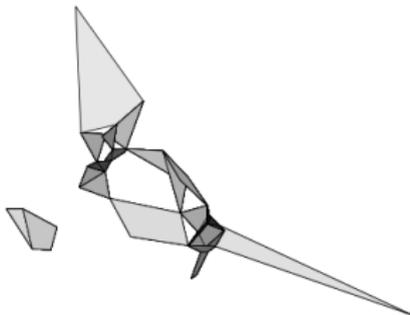
- Minimum convex polygon (MCP), éventuellement après élimination d'un % de points les plus éloignés du barycentre

Mohr, C. 1947. *American Midland Naturalist*.

- Méthode des clusters

Kenward et al. 2001. *Ecology*.

Approches ad hoc



- Minimum convex polygon (MCP), éventuellement après élimination d'un % de points les plus éloignés du barycentre

Mohr, C. 1947. *American Midland Naturalist*.

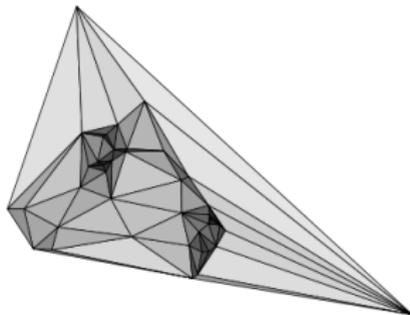
- Méthode des clusters

Kenward et al. 2001. *Ecology*.

- Méthode LoCoH

Getz et al. 2007. *Plos One*.

Approches ad hoc



- Minimum convex polygon (MCP), éventuellement après élimination d'un % de points les plus éloignés du barycentre

Mohr, C. 1947. *American Midland Naturalist*.

- Méthode des clusters

Kenward et al. 2001. *Ecology*.

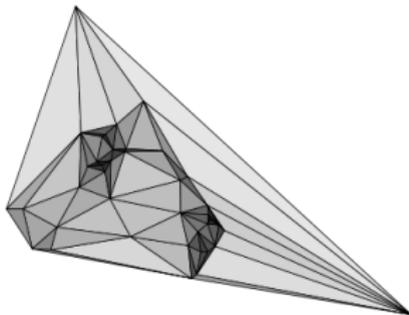
- Méthode LoCoH

Getz et al. 2007. *Plos One*.

- Méthode des polygones caractéristiques

Downs & Horner (2004) *Ecography*.

Approches ad hoc



- Minimum convex polygon (MCP), éventuellement après élimination d'un % de points les plus éloignés du barycentre

Mohr, C. 1947. *American Midland Naturalist*.

- Méthode des clusters

Kenward et al. 2001. *Ecology*.

- Méthode LoCoH

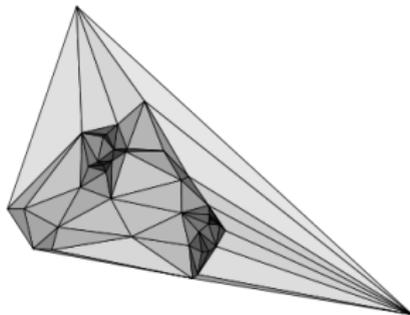
Getz et al. 2007. *Plos One*.

- Méthode des polygones caractéristiques

Downs & Horner (2004) *Ecography*.

- etc.

Approches ad hoc



- Minimum convex polygon (MCP), éventuellement après élimination d'un % de points les plus éloignés du barycentre

Mohr, C. 1947. *American Midland Naturalist*.

- Méthode des clusters

Kenward et al. 2001. *Ecology*.

- Méthode LoCoH

Getz et al. 2007. *Plos One*.

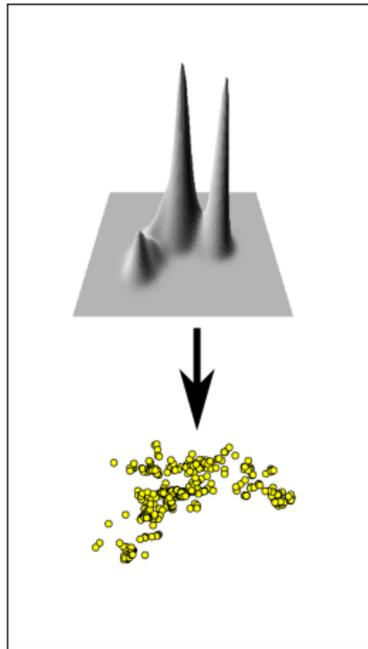
- Méthode des polygones caractéristiques

Downs & Horner (2004) *Ecography*.

- etc.

Différentes approches reflètent différentes significations données au concept de domaine vital.

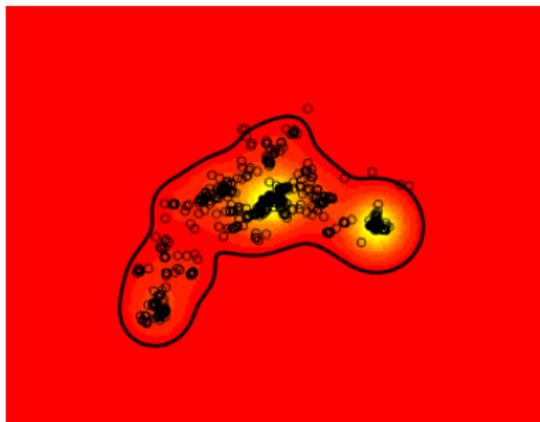
La distribution d'utilisation



- Modèle : nous supposons que les N localisations correspondent aux réalisations de N variables aléatoires bidimensionnelles iid, caractérisées par une fonction de densité de probabilité bivariable appelée la **distribution d'utilisation** (*utilization distribution*, UD).

Calhoun & Casby 1958. *Public Health Monograph*.

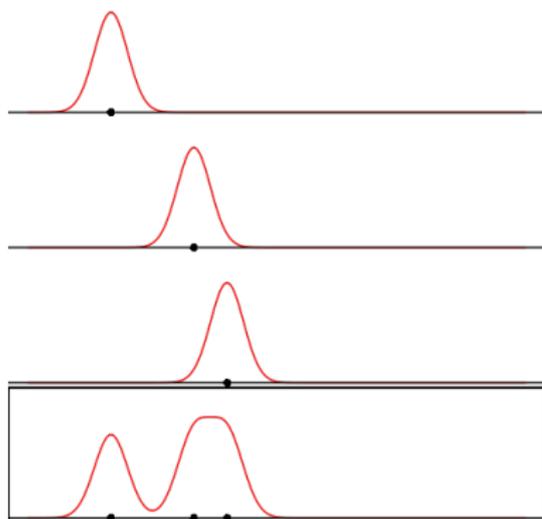
La distribution d'utilisation



- Modèle : nous supposons que les N localisations correspondent aux réalisations de N variables aléatoires bidimensionnelles iid, caractérisées par une fonction de densité de probabilité bivariée appelée la **distribution d'utilisation** (*utilization distribution*, UD).
- Domaine vital = surface minimale sur laquelle on a une certaine probabilité de présence de l'animal.

Calhoun & Casby 1958. *Public Health Monograph*.

Estimation de l'UD



Méthode du noyau : Si \mathbf{r}_i désigne la localisation i , et que l'on a N localisations, alors la valeur de l'UD à \mathbf{x} est estimée par :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{r}_i}{h}\right)$$

avec $K(\mathbf{d})$ une fonction de densité de probabilité (appelée fonction de noyau), par exemple :

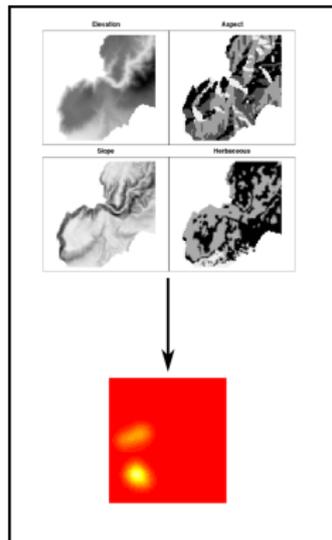
$$K(\mathbf{d}) = \frac{1}{2\pi h^2} \exp\left(-\frac{\mathbf{d}^t \mathbf{d}}{2}\right)$$

Worton 1989. *Ecology*.

Changement de point de vue

L'UD formalise l'utilisation de l'espace dans un cadre probabiliste. Intéressant, car va permettre d'estimer de façon statistique le domaine vital, mais va aussi permettre d'intégrer l'utilisation de l'espace pour d'autres problématiques, e.g. :

Changement de point de vue

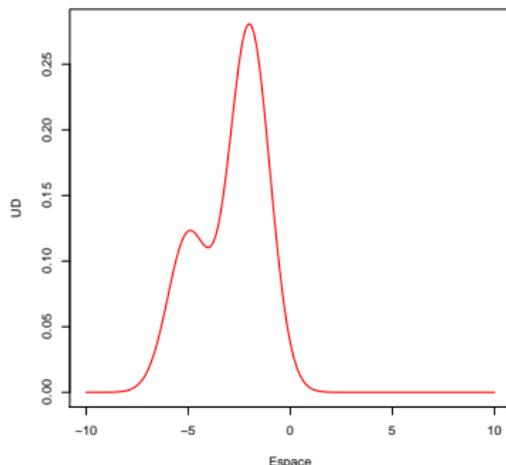


L'UD formalise l'utilisation de l'espace dans un cadre probabiliste. Intéressant, car va permettre d'estimer de façon statistique le domaine vital, mais va aussi permettre d'intégrer l'utilisation de l'espace pour d'autres problématiques, e.g. :

- Modélisation de l'UD en fonction de l'habitat (fonctions de sélection des ressources)

Millsbaugh et al. (2006). *Journal of Wildlife Management*.

Changement de point de vue



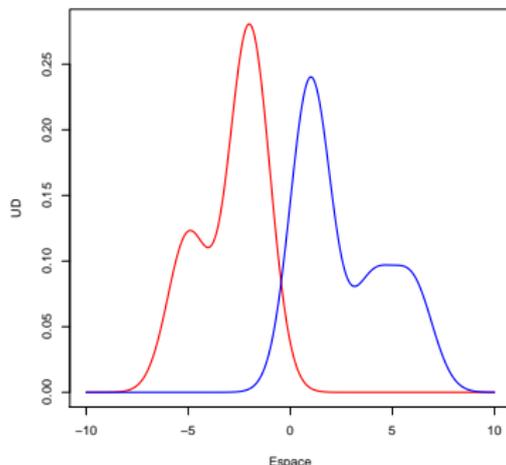
L'UD formalise l'utilisation de l'espace dans un cadre probabiliste. Intéressant, car va permettre d'estimer de façon statistique le domaine vital, mais va aussi permettre d'intégrer l'utilisation de l'espace pour d'autres problématiques, e.g. :

- Modélisation de l'UD en fonction de l'habitat (fonctions de sélection des ressources)
- étude des interactions entre animaux (probabilité de présence conjointe de deux animaux à un endroit donné)

Millsbaugh et al. (2006). *Journal of Wildlife Management*.

Fieberg & Kochanny (2005). *Journal of Wildlife Management*.

Changement de point de vue



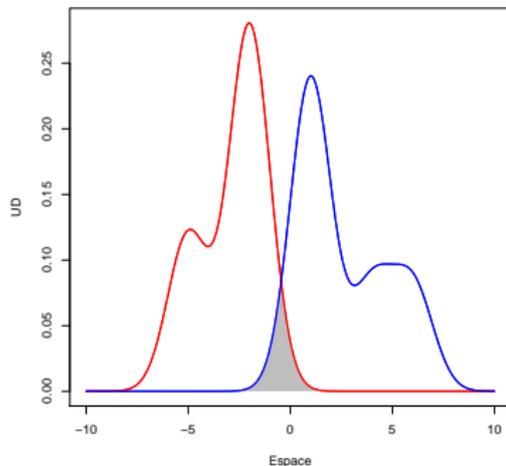
L'UD formalise l'utilisation de l'espace dans un cadre probabiliste. Intéressant, car va permettre d'estimer de façon statistique le domaine vital, mais va aussi permettre d'intégrer l'utilisation de l'espace pour d'autres problématiques, e.g. :

- Modélisation de l'UD en fonction de l'habitat (fonctions de sélection des ressources)
- étude des interactions entre animaux (probabilité de présence conjointe de deux animaux à un endroit donné)

Millsbaugh et al. (2006). *Journal of Wildlife Management*.

Fieberg & Kochanny (2005). *Journal of Wildlife Management*.

Changement de point de vue



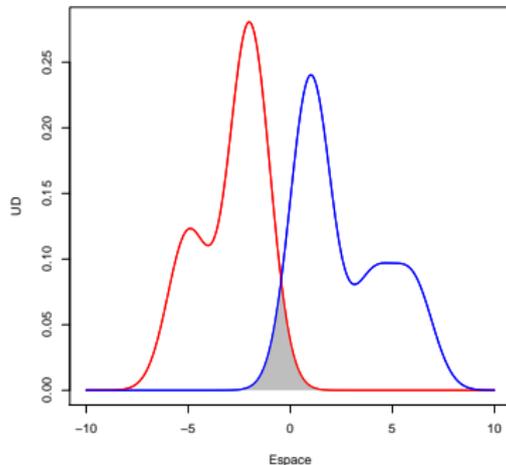
L'UD formalise l'utilisation de l'espace dans un cadre probabiliste. Intéressant, car va permettre d'estimer de façon statistique le domaine vital, mais va aussi permettre d'intégrer l'utilisation de l'espace pour d'autres problématiques, e.g. :

- Modélisation de l'UD en fonction de l'habitat (fonctions de sélection des ressources)
- étude des interactions entre animaux (probabilité de présence conjointe de deux animaux à un endroit donné)

Millsbaugh et al. (2006). *Journal of Wildlife Management*.

Fieberg & Kochanny (2005). *Journal of Wildlife Management*.

Changement de point de vue

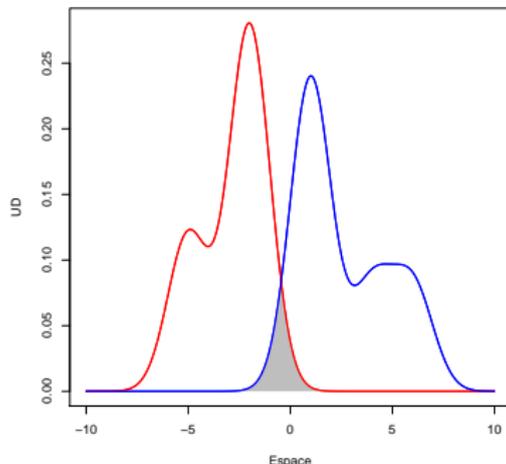


L'UD formalise l'utilisation de l'espace dans un cadre probabiliste. Intéressant, car va permettre d'estimer de façon statistique le domaine vital, mais va aussi permettre d'intégrer l'utilisation de l'espace pour d'autres problématiques, e.g. :

- Modélisation de l'UD en fonction de l'habitat (fonctions de sélection des ressources)
Millsbaugh et al. (2006). *Journal of Wildlife Management*.
- étude des interactions entre animaux (probabilité de présence conjointe de deux animaux à un endroit donné)
Fieberg & Kochanny (2005). *Journal of Wildlife Management*.
- Indices décrivant la structure de l'UD : mesure de l'homogénéité d'utilisation de l'espace, zones d'utilisations intensives, nombre de modes, etc.

Ford (1983) *American Zoologist*.

Changement de point de vue



L'existence d'un cadre statistique pour l'étude de l'utilisation de l'espace permet de **dépasser la simple question de l'estimation du domaine vital.**

L'UD formalise l'utilisation de l'espace dans un cadre probabiliste. Intéressant, car va permettre d'estimer de façon statistique le domaine vital, mais va aussi permettre d'intégrer l'utilisation de l'espace pour d'autres problématiques, e.g. :

- Modélisation de l'UD en fonction de l'habitat (fonctions de sélection des ressources)
Millsbaugh et al. (2006). *Journal of Wildlife Management*.
- étude des interactions entre animaux (probabilité de présence conjointe de deux animaux à un endroit donné)
Fieberg & Kochanny (2005). *Journal of Wildlife Management*.
- Indices décrivant la structure de l'UD : mesure de l'homogénéité d'utilisation de l'espace, zones d'utilisations intensives, nombre de modes, etc.

Ford (1983) *American Zoologist*.

Plan

- 1 Introduction
- 2 Vers un modèle dynamique**
- 3 Un modèle de trajet : la marche aléatoire biaisée
- 4 Modélisation du trajet : utilité ?
- 5 Questions mathématiques autour des déplacements d'espèces

Le modèle de la distribution d'utilisation

Nous supposons que les N localisations correspondent aux réalisations de N variables aléatoires bidimensionnelles **iid**, caractérisées par une fonction de densité de probabilité bivariée appelée la **distribution d'utilisation**.

Le modèle de la distribution d'utilisation

Nous supposons que les N localisations correspondent aux réalisations de N variables aléatoires bidimensionnelles **iid**, caractérisées par une fonction de densité de probabilité bivariée appelée la **distribution d'utilisation**.

Les localisations relevées sur un trajet **ne sont pas indépendantes**.

Souvent raisonnable avec des données VHF, mais très contestable avec des données GPS (fréquence souvent plus élevée).

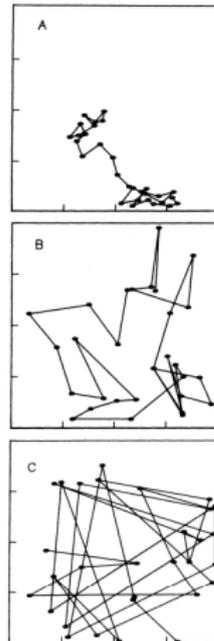
Le modèle de la distribution d'utilisation

Nous supposons que les N localisations correspondent aux réalisations de N variables aléatoires bidimensionnelles **iid**, caractérisées par une fonction de densité de probabilité bivariable appelée la **distribution d'utilisation**.

Les localisations relevées sur un trajet **ne sont pas indépendantes**.

Souvent raisonnable avec des données VHF, mais très contestable avec des données GPS (fréquence souvent plus élevée).

Incompréhension : échantillonner trop fréquemment conduit à de l'autocorrélation temporelle. Comment mieux coller au modèle ?



Swihart & Slade (1985) *Journal of Wildlife Management*.

Le modèle de la distribution d'utilisation

Nous supposons que les N localisations correspondent aux réalisations de N variables aléatoires bidimensionnelles **iid**, caractérisées par une fonction de densité de probabilité bivariee appelée la **distribution d'utilisation**.

Les localisations relevées sur un trajet **ne sont pas indépendantes**.

Souvent raisonnable avec des données VHF, mais très contestable avec des données GPS (fréquence souvent plus élevée).

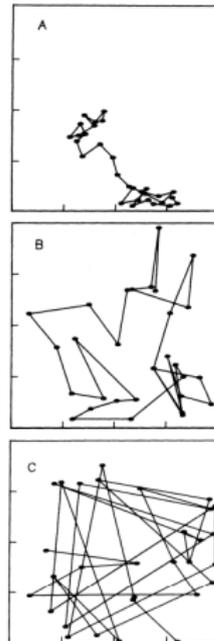
Incompréhension : échantillonner trop fréquemment conduit à de l'autocorrélation temporelle. Comment mieux coller au modèle ?

Sous-échantillonner les données ?
Réduire la fréquence d'échantillonnage ?

Worton (1987) *Ecological Modelling*.

Swihart & Slade (1985) *Journal of Wildlife Management*.

Swihart & Slade (1985) *Ecology*.



Swihart & Slade (1985) *Journal of Wildlife Management*.

Nécessité d'un modèle dynamique

Ce n'est pas les données qui doivent s'ajuster au modèle, mais c'est le modèle qui doit coller aux données.

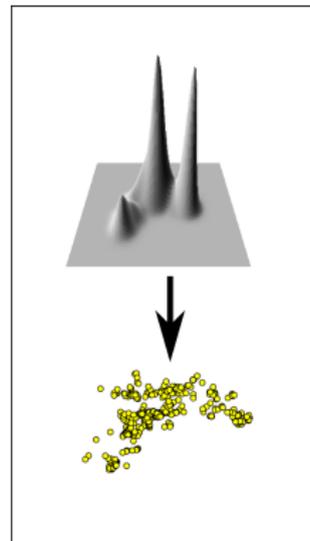
Swihart & Slade (1997) *JABES*.

de Solla et al. (1999) *Journal of Animal Ecology*

→ Nécessité d'un modèle de l'utilisation de l'espace intégrant le temps.

Nouveau changement de modèle

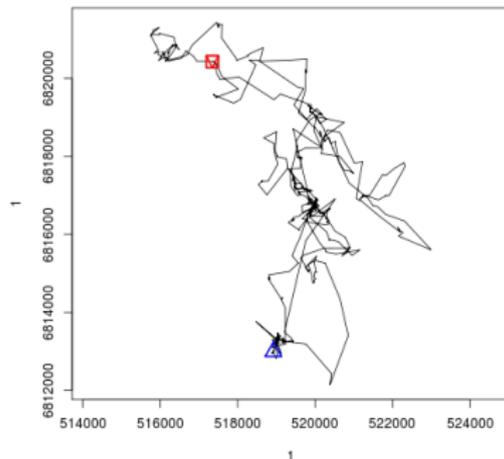
Nous supposons que les N localisations correspondent aux réalisations de N variables aléatoires bidimensionnelles iid, caractérisées par une fonction de densité de probabilité bivariable appelée la **distribution d'utilisation** (*utilization distribution*, UD).



Nouveau changement de modèle

Nous supposons que les N localisations correspondent aux réalisations de N variables aléatoires bidimensionnelles iid, caractérisées par une fonction de densité de probabilité bivariée appelée la **distribution d'utilisation** (*utilization distribution*, UD).

L'ensemble des localisations dont nous disposons correspond au résultat de l'échantillonnage d'un **trajet**.

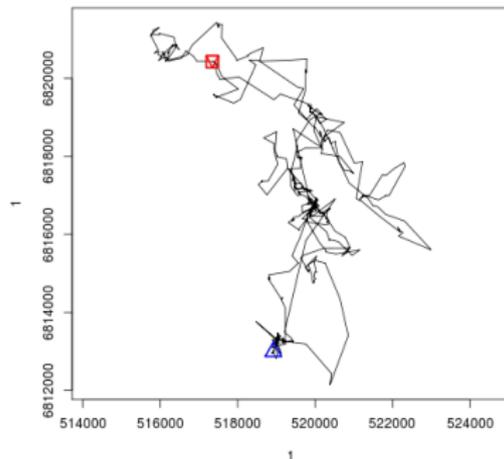


Nouveau changement de modèle

Nous supposons que les N localisations correspondent aux réalisations de N variables aléatoires bidimensionnelles iid, caractérisées par une fonction de densité de probabilité bivariée appelée la **distribution d'utilisation** (*utilization distribution*, UD).

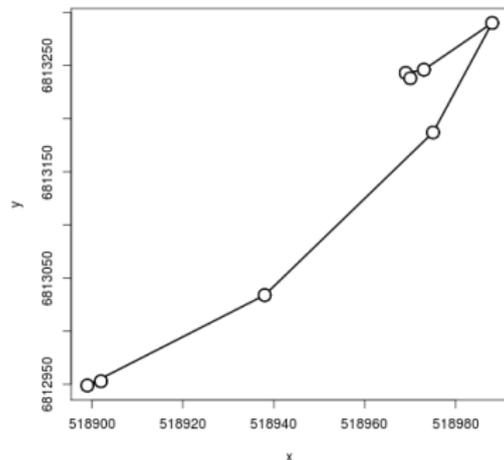
L'ensemble des localisations dont nous disposons correspond au résultat de l'échantillonnage d'un **trajet**.

Devrait être pris en compte dans l'estimation de la distribution d'utilisation



Modélisation du trajet

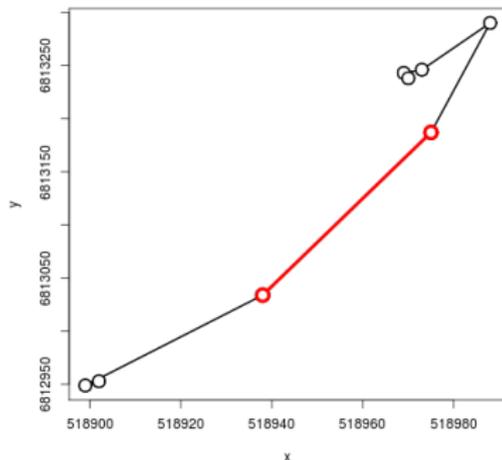
Le suivi par GPS résulte en un certain nombre de localisations. Deux localisations successives forment une "foulée".



Modélisation du trajet

Le suivi par GPS résulte en un certain nombre de localisations. Deux localisations successives forment une "foulée".

Considérons une foulée donnée, i.e. l'intervalle de temps délimité par deux localisations r_1 à t_1 et r_2 à t_2 .

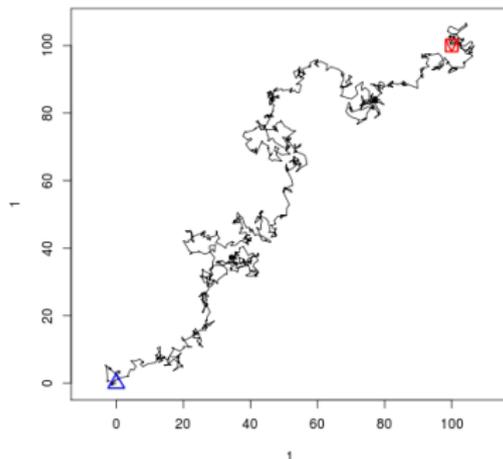


Modélisation du trajet

Le suivi par GPS résulte en un certain nombre de localisations. Deux localisations successives forment une “foulée”.

Considérons une foulée donnée, i.e. l'intervalle de temps délimité par deux localisations r_1 à t_1 et r_2 à t_2 .

On connaît les localisations de l'animal, mais on ne sait pas ce que l'animal a fait entre ces localisations. **On va le modéliser à l'aide d'un modèle de trajet.**



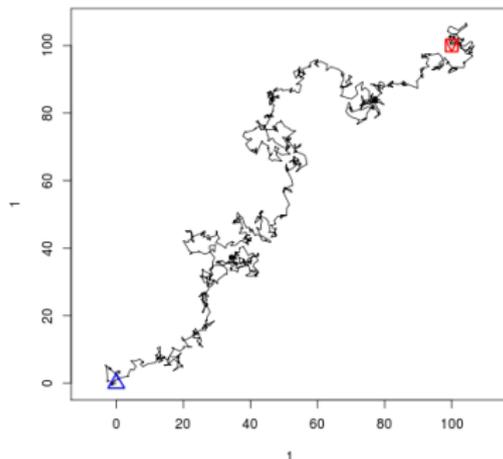
Modélisation du trajet

Le suivi par GPS résulte en un certain nombre de localisations. Deux localisations successives forment une "foulée".

Considérons une foulée donnée, i.e. l'intervalle de temps délimité par deux localisations r_1 à t_1 et r_2 à t_2 .

On connaît les localisations de l'animal, mais on ne sait pas ce que l'animal a fait entre ces localisations. **On va le modéliser à l'aide d'un modèle de trajet.**

On va ensuite se servir de ce modèle de trajet pour estimer une distribution d'utilisation plus réaliste.



Modélisation du trajet

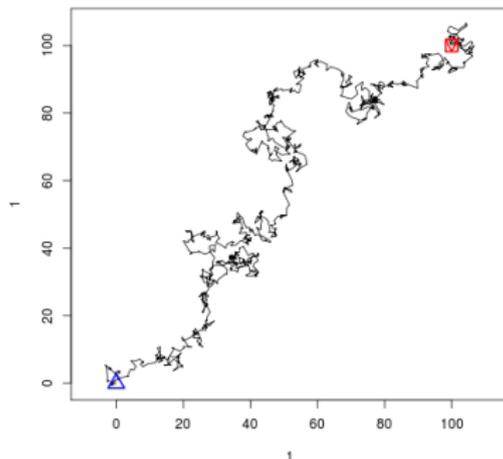
Le suivi par GPS résulte en un certain nombre de localisations. Deux localisations successives forment une "foulée".

Considérons une foulée donnée, i.e. l'intervalle de temps délimité par deux localisations r_1 à t_1 et r_2 à t_2 .

On connaît les localisations de l'animal, mais on ne sait pas ce que l'animal a fait entre ces localisations. **On va le modéliser à l'aide d'un modèle de trajet.**

On va ensuite se servir de ce modèle de trajet pour estimer une distribution d'utilisation plus réaliste.

Modèles considérés dans la littérature :



Modélisation du trajet

Le suivi par GPS résulte en un certain nombre de localisations. Deux localisations successives forment une "foulée".

Considérons une foulée donnée, i.e. l'intervalle de temps délimité par deux localisations r_1 à t_1 et r_2 à t_2 .

On connaît les localisations de l'animal, mais on ne sait pas ce que l'animal a fait entre ces localisations. **On va le modéliser à l'aide d'un modèle de trajet.**

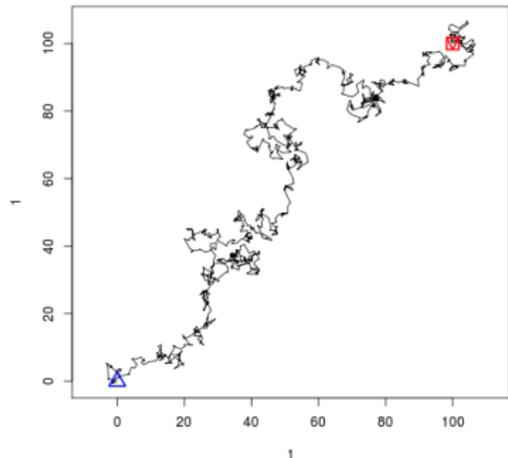
On va ensuite se servir de ce modèle de trajet pour estimer une distribution d'utilisation plus réaliste.

Modèles considérés dans la littérature :

- **Mouvement brownien ;**

Bullard, F. (1999) Rapport de master, *John Hopkins University, North Carolina.*

Horne et al. (2007) *Ecology.*



Modélisation du trajet

Le suivi par GPS résulte en un certain nombre de localisations. Deux localisations successives forment une "foulée".

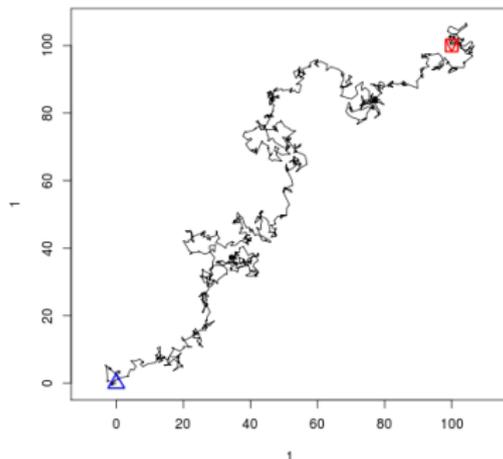
Considérons une foulée donnée, i.e. l'intervalle de temps délimité par deux localisations r_1 à t_1 et r_2 à t_2 .

On connaît les localisations de l'animal, mais on ne sait pas ce que l'animal a fait entre ces localisations. **On va le modéliser à l'aide d'un modèle de trajet.**

On va ensuite se servir de ce modèle de trajet pour estimer une distribution d'utilisation plus réaliste.

Modèles considérés dans la littérature :

- **Mouvement brownien ;**
Bullard, F. (1999) Rapport de master, *John Hopkins University, North Carolina*.
Horne et al. (2007) *Ecology*.
- **Marche aléatoire biaisée ;**
Benhamou, S. (2011) *Plos One*.



Plan

- 1 Introduction
- 2 Vers un modèle dynamique
- 3 Un modèle de trajet : la marche aléatoire biaisée**
- 4 Modélisation du trajet : utilité ?
- 5 Questions mathématiques autour des déplacements d'espèces

Théorie : la marche aléatoire biaisée

Un trajet d'animal est constitué d'un certain nombre de **pas** (\neq foulée, définie par l'échantillonnage).



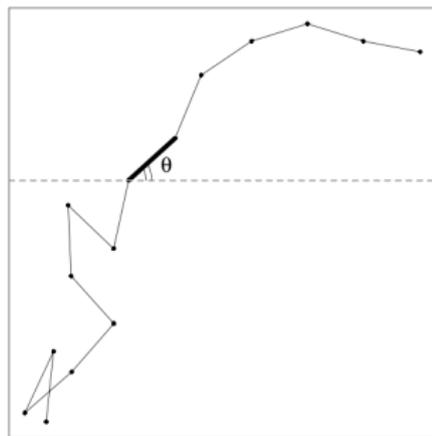
Théorie : la marche aléatoire biaisée

Un trajet d'animal est constitué d'un certain nombre de **pas** (\neq foulée, définie par l'échantillonnage).

Marche aléatoire biaisée : nous supposons que le pas est de longueur δ fixée et de durée constante τ .

$$L(\mathbf{x}, t) \rightarrow L(\mathbf{x} + \mathbf{a}, t + \tau).$$

$$|\mathbf{a}| = \delta$$



Théorie : la marche aléatoire biaisée

Un trajet d'animal est constitué d'un certain nombre de **pas** (\neq foulée, définie par l'échantillonnage).

Marche aléatoire biaisée : nous supposons que le pas est de longueur δ fixée et de durée constante τ .

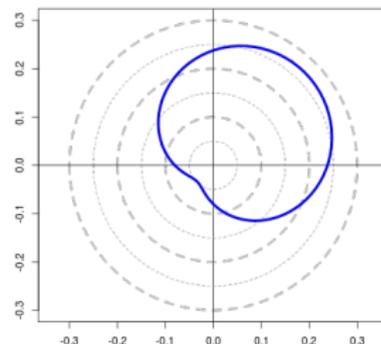
$$L(\mathbf{x}, t) \rightarrow L(\mathbf{x} + \mathbf{a}, t + \tau).$$

$$|\mathbf{a}| = \delta$$

L'angle entre ce pas et la direction Est est tiré d'une distribution cardioïde

$$f(\theta; \mu, \rho) = \frac{1}{2\pi} (1 + 2\rho \cos(\theta - \mu))$$

Jammalamadaka & SenGupta (2001) *Topics in circular statistics*. World Scientific



Théorie : la marche aléatoire biaisée

Un trajet d'animal est constitué d'un certain nombre de **pas** (\neq foulée, définie par l'échantillonnage).

Marche aléatoire biaisée : nous supposons que le pas est de longueur δ fixée et de durée constante τ .

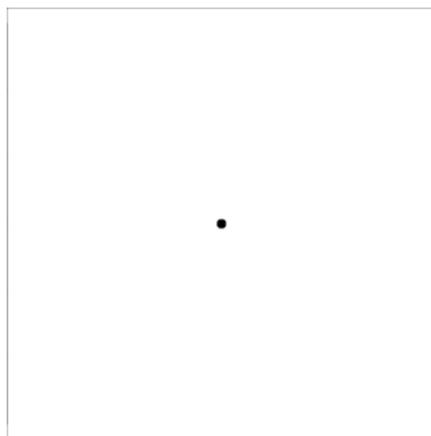
$$L(\mathbf{x}, t) \rightarrow L(\mathbf{x} + \mathbf{a}, t + \tau).$$

$$|\mathbf{a}| = \delta$$

L'angle entre ce pas et la direction Est est tiré d'une distribution cardioïde

$$f(\theta; \mu, \rho) = \frac{1}{2\pi} (1 + 2\rho \cos(\theta - \mu))$$

Jammalamadaka & SenGupta (2001) *Topics in circular statistics*. World Scientific



Théorie : la marche aléatoire biaisée

Un trajet d'animal est constitué d'un certain nombre de **pas** (\neq foulée, définie par l'échantillonnage).

Marche aléatoire biaisée : nous supposons que le pas est de longueur δ fixée et de durée constante τ .

$$L(\mathbf{x}, t) \rightarrow L(\mathbf{x} + \mathbf{a}, t + \tau).$$

$$|\mathbf{a}| = \delta$$

L'angle entre ce pas et la direction Est est tiré d'une distribution cardioïde

$$f(\theta; \mu, \rho) = \frac{1}{2\pi} (1 + 2\rho \cos(\theta - \mu))$$

Jammalamadaka & SenGupta (2001) *Topics in circular statistics*. World Scientific



Théorie : la marche aléatoire biaisée

Un trajet d'animal est constitué d'un certain nombre de **pas** (\neq foulée, définie par l'échantillonnage).

Marche aléatoire biaisée : nous supposons que le pas est de longueur δ fixée et de durée constante τ .

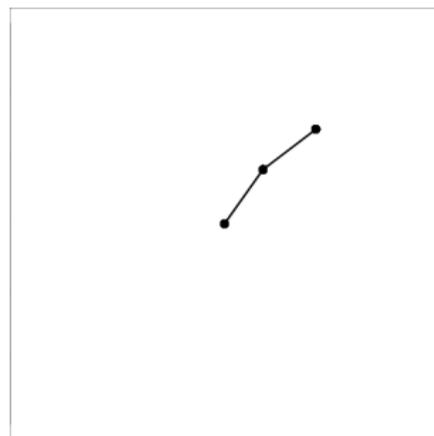
$$L(\mathbf{x}, t) \rightarrow L(\mathbf{x} + \mathbf{a}, t + \tau).$$

$$|\mathbf{a}| = \delta$$

L'angle entre ce pas et la direction Est est tiré d'une distribution cardioïde

$$f(\theta; \mu, \rho) = \frac{1}{2\pi} (1 + 2\rho \cos(\theta - \mu))$$

Jammalamadaka & SenGupta (2001) *Topics in circular statistics*. World Scientific



Théorie : la marche aléatoire biaisée

Un trajet d'animal est constitué d'un certain nombre de **pas** (\neq foulée, définie par l'échantillonnage).

Marche aléatoire biaisée : nous supposons que le pas est de longueur δ fixée et de durée constante τ .

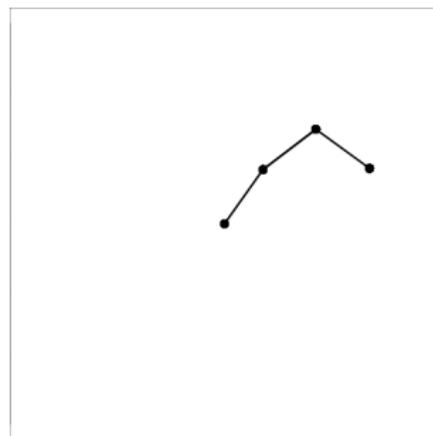
$$L(\mathbf{x}, t) \rightarrow L(\mathbf{x} + \mathbf{a}, t + \tau).$$

$$|\mathbf{a}| = \delta$$

L'angle entre ce pas et la direction Est est tiré d'une distribution cardioïde

$$f(\theta; \mu, \rho) = \frac{1}{2\pi} (1 + 2\rho \cos(\theta - \mu))$$

Jammalamadaka & SenGupta (2001) *Topics in circular statistics*. World Scientific



Théorie : la marche aléatoire biaisée

Un trajet d'animal est constitué d'un certain nombre de **pas** (\neq foulée, définie par l'échantillonnage).

Marche aléatoire biaisée : nous supposons que le pas est de longueur δ fixée et de durée constante τ .

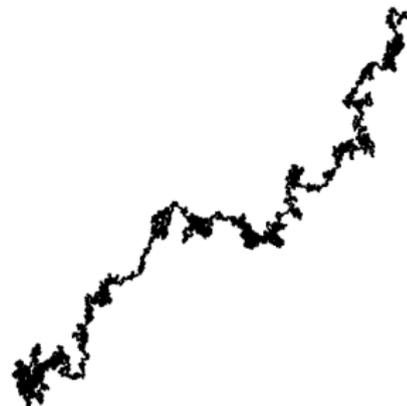
$$L(\mathbf{x}, t) \rightarrow L(\mathbf{x} + \mathbf{a}, t + \tau).$$

$$|\mathbf{a}| = \delta$$

L'angle entre ce pas et la direction Est est tiré d'une distribution cardioïde

$$f(\theta; \mu, \rho) = \frac{1}{2\pi} (1 + 2\rho \cos(\theta - \mu))$$

Jammalamadaka & SenGupta (2001) *Topics in circular statistics*. World Scientific



Théorie : la marche aléatoire biaisée

Un trajet d'animal est constitué d'un certain nombre de **pas** (\neq foulée, définie par l'échantillonnage).

Marche aléatoire biaisée : nous supposons que le pas est de longueur δ fixée et de durée constante τ .

$$L(\mathbf{x}, t) \rightarrow L(\mathbf{x} + \mathbf{a}, t + \tau).$$

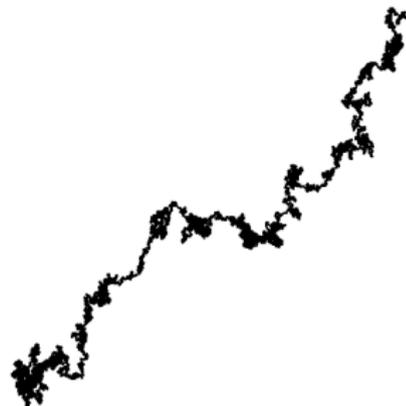
$$|\mathbf{a}| = \delta$$

L'angle entre ce pas et la direction Est est tiré d'une distribution cardioïde

$$f(\theta; \mu, \rho) = \frac{1}{2\pi} (1 + 2\rho \cos(\theta - \mu))$$

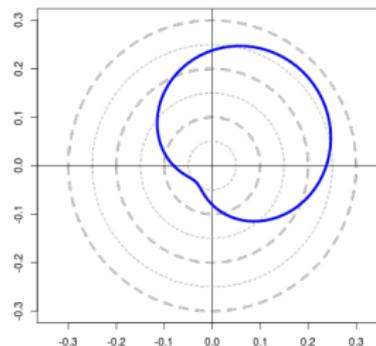
Jammalamadaka & SenGupta (2001) *Topics in circular statistics*. World Scientific

Cette formulation permet d'estimer la probabilité de transition $[L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{x}', t - \tau)]$ générée par un pas pour tout \mathbf{x}, \mathbf{x}' .



Théorie : la marche aléatoire biaisée

On connaît la probabilité de transition :
passage d'une localisation à une autre
au cours d'un pas.



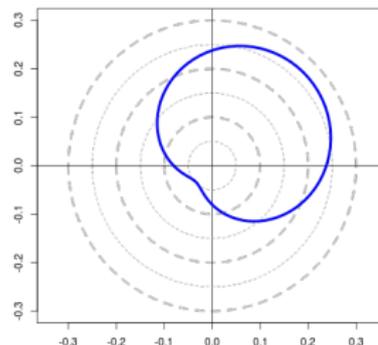
Codling, E. (2003) Thèse de doctorat, *University of Leeds*.

Théorie : la marche aléatoire biaisée

On connaît la probabilité de transition :
passage d'une localisation à une autre
au cours d'un pas.

→ **Sachant les conditions initiales**
(animal en \mathbf{x}_0 à $t = 0$), quelle est la
probabilité de présence de l'animal en
tout point à tout instant $t > 0$?

$$p(\mathbf{x}, t) = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{x}_0, t = 0)] ?$$



Codling, E. (2003) Thèse de doctorat, *University of Leeds*.

Théorie : la marche aléatoire biaisée

On connaît la probabilité de transition :
passage d'une localisation à une autre
au cours d'un pas.

→ **Sachant les conditions initiales**
(animal en \mathbf{x}_0 à $t = 0$), quelle est la
probabilité de présence de l'animal en
tout point à tout instant $t > 0$?

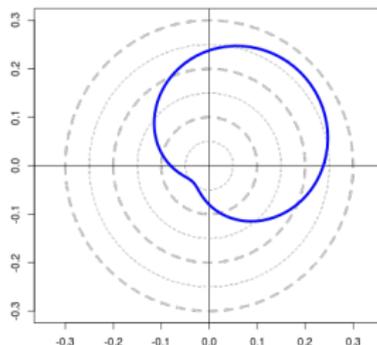
$$\rho(\mathbf{x}, t) = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{x}_0, t = 0)] ?$$

Lorsque $\tau, \delta, \rho \rightarrow 0$, sous certaines
conditions :

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi Dt} \exp \left\{ \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{b}t)^t (\mathbf{x} - \mathbf{b}t)}{4Dt} \right\}$$

Avec \mathbf{b} un vecteur décrivant l'advection,
et D un coefficient contrôlant la
diffusion du mouvement (Utilisation de
l'équation de Fokker-Planck).

Codling, E. (2003) Thèse de doctorat, *University of Leeds*.



Probabilité conditionnelle aux localisations connues

Considérons une foulée donnée. On suppose que le mouvement entre les deux localisations connues peut être modélisé par une marche aléatoire biaisée.

→ advection \mathbf{b} propre à cette foulée.

Probabilité conditionnelle aux localisations connues

Considérons une foulée donnée. On suppose que le mouvement entre les deux localisations connues peut être modélisé par une marche aléatoire biaisée.

→ advection \mathbf{b} propre à cette foulée.

Les conditions initiales de cette foulée sont la localisation de l'animal en \mathbf{r}_i à t_i . Donc nous pouvons en déduire la probabilité de présence de l'animal en \mathbf{x} à $t > t_i$:

$$p_i(\mathbf{x}, t) = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i)]$$

Probabilité conditionnelle aux localisations connues

Considérons une foulée donnée. On suppose que le mouvement entre les deux localisations connues peut être modélisé par une marche aléatoire biaisée.

→ advection \mathbf{b} propre à cette foulée.

Les conditions initiales de cette foulée sont la localisation de l'animal en \mathbf{r}_i à t_i . Donc nous pouvons en déduire la probabilité de présence de l'animal en \mathbf{x} à $t > t_i$:

$$p_i(\mathbf{x}, t) = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i)]$$

Nous pouvons en déduire la probabilité de présence de l'animal en un point à tout instant t ($t_1 < t < t_{i+1}$) conditionnellement à une localisation antérieure **et à une localisation postérieure** :

$$[L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})] = \frac{[L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1}) | L(\mathbf{x}, t)] \times [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i)]}{[L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1}) | L(\mathbf{r}_i, t)]}$$

Dans le cas de la marche aléatoire biaisée

Alors on démontre que, conditionnellement aux localisations antérieures et postérieures :

$$[L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})] = \frac{t_{i+1} - t_i}{4\pi D(t - t_i)(t_{i+1} - t)} \exp \left\{ \frac{-\mathbf{z}^t \mathbf{z}}{4D(t - t_i)(t_{i+1} - t)/(t_{i+1} - t_i)} \right\}$$

avec $\mathbf{z} = \mathbf{x} - \mathbf{r}_i - \frac{(\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i)(t - t_i)}{t_2 - t_1}$

Benhamou, S. (2011) *Plos One*.

Dans le cas de la marche aléatoire biaisée

Alors on démontre que, conditionnellement aux localisations antérieures et postérieures :

$$[L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})] = \frac{t_{i+1} - t_i}{4\pi D(t - t_i)(t_{i+1} - t)} \exp \left\{ \frac{-\mathbf{z}^t \mathbf{z}}{4D(t - t_i)(t_{i+1} - t)/(t_{i+1} - t_i)} \right\}$$

avec $\mathbf{z} = \mathbf{x} - \mathbf{r}_i - \frac{(\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i)(t - t_1)}{t_2 - t_1}$

Cette expression **ne dépend pas de la composante d'advection**, qui est prise en compte intrinsèquement par le modèle.

Benhamou, S. (2011) *Plos One*.

Dans le cas de la marche aléatoire biaisée

Alors on démontre que, conditionnellement aux localisations antérieures et postérieures :

$$[L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})] = \frac{t_{i+1} - t_i}{4\pi D(t - t_i)(t_{i+1} - t)} \exp \left\{ \frac{-\mathbf{z}^t \mathbf{z}}{4D(t - t_i)(t_{i+1} - t)/(t_{i+1} - t_i)} \right\}$$

avec $\mathbf{z} = \mathbf{x} - \mathbf{r}_i - \frac{(\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i)(t - t_1)}{t_2 - t_1}$

Cette expression **ne dépend pas de la composante d'advection**, qui est prise en compte intrinsèquement par le modèle.

Nous supposons que cette advection varie d'une foulée à l'autre (pas besoin de l'estimer), mais que la diffusion reste constante (paramètre à estimer).

Dans le cas de la marche aléatoire biaisée

Alors on démontre que, conditionnellement aux localisations antérieures et postérieures :

$$[L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})] = \frac{t_{i+1} - t_i}{4\pi D(t - t_i)(t_{i+1} - t)} \exp \left\{ \frac{-\mathbf{z}^t \mathbf{z}}{4D(t - t_i)(t_{i+1} - t)/(t_{i+1} - t_i)} \right\}$$

avec $\mathbf{z} = \mathbf{x} - \mathbf{r}_i - \frac{(\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i)(t - t_i)}{t_2 - t_1}$

Cette expression **ne dépend pas de la composante d'advection**, qui est prise en compte intrinsèquement par le modèle.

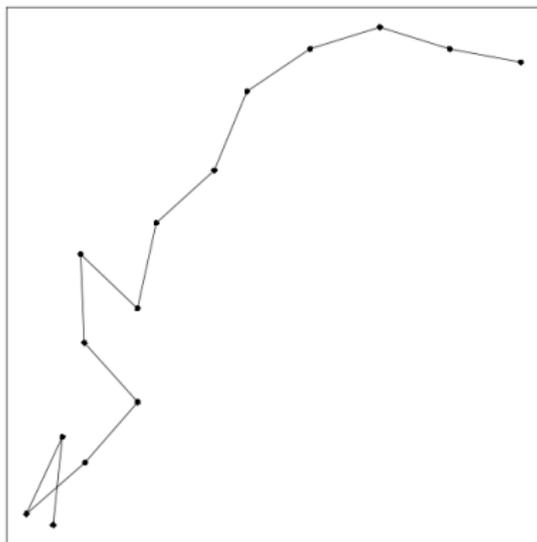
Nous supposons que cette advection varie d'une foulée à l'autre (pas besoin de l'estimer), mais que la diffusion reste constante (paramètre à estimer).

Nous sommes donc capables, avec ce modèle, de calculer la probabilité de présence de l'animal en tout point à un instant t

Benhamou, S. (2011) *Plos One*.

Autre possibilité : Pont aléatoire biaisé (3)

On dispose de données GPS.

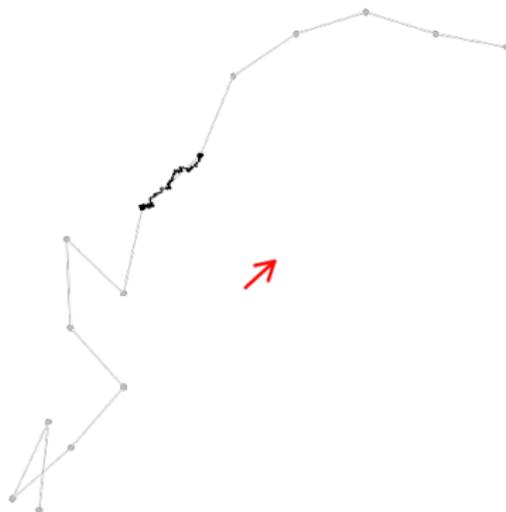


Autre possibilité : Pont aléatoire biaisé (3)

On dispose de données GPS.

On suppose alors qu'au sein de chaque foulée, l'animal se déplace selon une marche aléatoire biaisée. La composante d'advection est supposée changer d'une foulée à l'autre, mais la diffusion est supposée constante.

On peut estimer la diffusion par le maximum de vraisemblance.

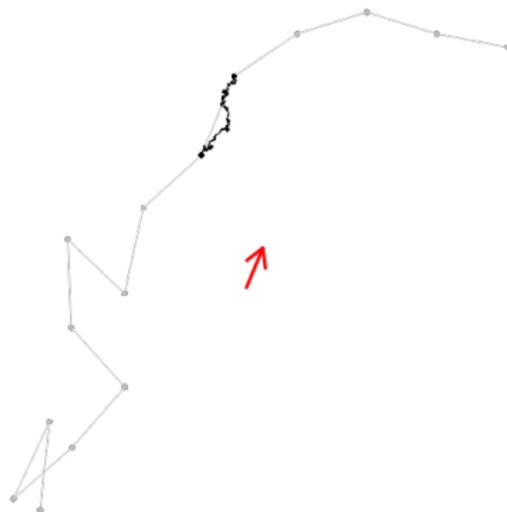


Autre possibilité : Pont aléatoire biaisé (3)

On dispose de données GPS.

On suppose alors qu'au sein de chaque foulée, l'animal se déplace selon une marche aléatoire biaisée. La composante d'advection est supposée changer d'une foulée à l'autre, mais la diffusion est supposée constante.

On peut estimer la diffusion par le maximum de vraisemblance.

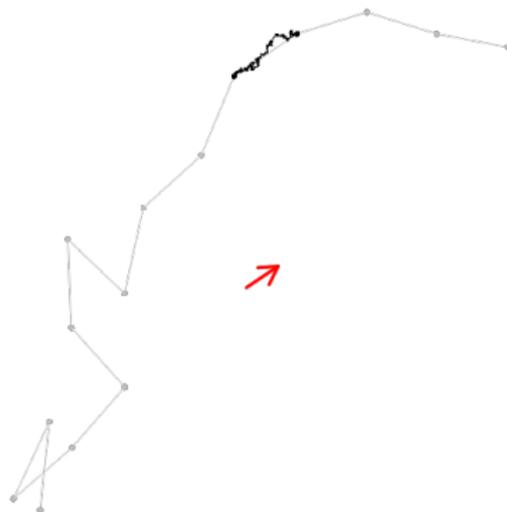


Autre possibilité : Pont aléatoire biaisé (3)

On dispose de données GPS.

On suppose alors qu'au sein de chaque foulée, l'animal se déplace selon une marche aléatoire biaisée. La composante d'advection est supposée changer d'une foulée à l'autre, mais la diffusion est supposée constante.

On peut estimer la diffusion par le maximum de vraisemblance.



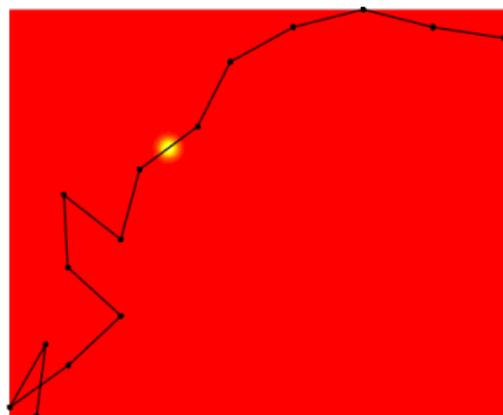
Autre possibilité : Pont aléatoire biaisé (3)

On dispose de données GPS.

On suppose alors qu'au sein de chaque foulée, l'animal se déplace selon une marche aléatoire biaisée. La composante d'advection est supposée changer d'une foulée à l'autre, mais la diffusion est supposée constante.

On peut estimer la diffusion par le maximum de vraisemblance.

Nous sommes alors en mesure d'estimer la probabilité de présence de l'animal en tout point de la zone à tout instant t



Plan

- 1 Introduction
- 2 Vers un modèle dynamique
- 3 Un modèle de trajet : la marche aléatoire biaisée
- 4 Modélisation du trajet : utilité ?**
- 5 Questions mathématiques autour des déplacements d'espèces

Objectif : calculer une UD

Nous disposons d'un outil permettant d'estimer la probabilité de présence de l'animal en tout point de la zone et à tout instant.

Objectif : *estimer une distribution synthétique décrivant l'utilisation de l'espace par l'animal* : **une distribution d'utilisation basée sur un modèle de trajet.**

Comment calculer une UD ?

Il faut se débarrasser du temps. Bullard (1999) :

The marginal distributions (...) give the probability density functions for the position of the particle (animal) at a particular moment in time t , given knowledge of its beginning and ending positions.

Comment calculer une UD ?

Il faut se débarrasser du temps. Bullard (1999) :

The marginal distributions (...) give the probability density functions for the position of the particle (animal) at a particular moment in time t, given knowledge of its beginning and ending positions.

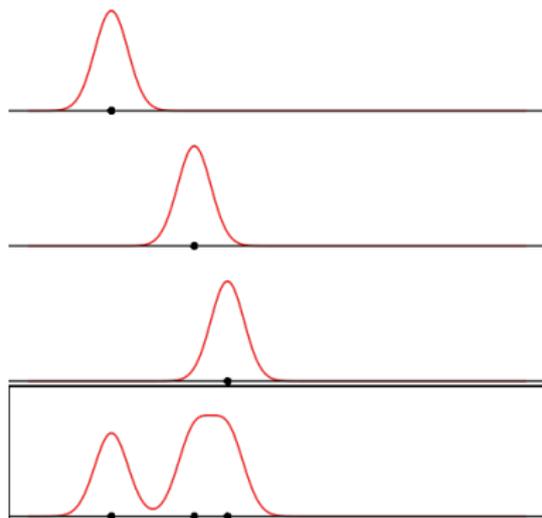
However, what is desired is a kernel function which assigns a single probability to each point in the plane, given two known observed points.

Comment calculer une UD ?

Il faut se débarrasser du temps. Bullard (1999) :

The marginal distributions (...) give the probability density functions for the position of the particle (animal) at a particular moment in time t , given knowledge of its beginning and ending positions.

However, what is desired is a kernel function which assigns a single probability to each point in the plane, given two known observed points.

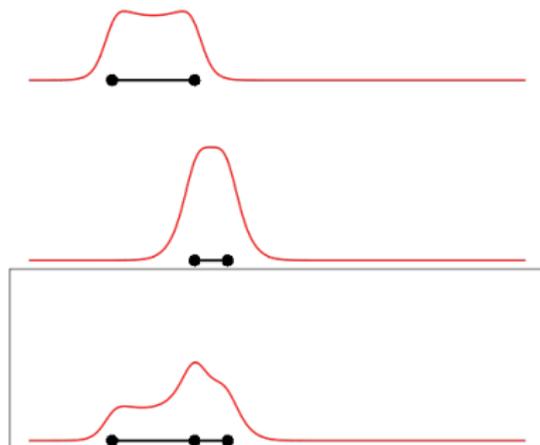


Comment calculer une UD ?

Il faut se débarrasser du temps. Bullard (1999) :

The marginal distributions (...) give the probability density functions for the position of the particle (animal) at a particular moment in time t , given knowledge of its beginning and ending positions.

However, what is desired is a kernel function which assigns a single probability to each point in the plane, given two known observed points.



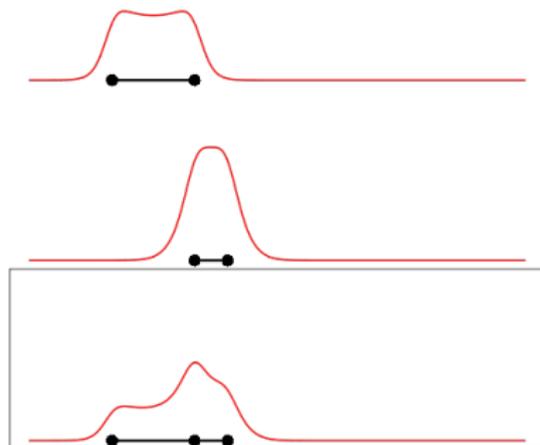
Comment calculer une UD ?

Il faut se débarrasser du temps. Bullard (1999) :

The marginal distributions (...) give the probability density functions for the position of the particle (animal) at a particular moment in time t , given knowledge of its beginning and ending positions.

However, what is desired is a kernel function which assigns a single probability to each point in the plane, given two known observed points.

The most natural way to answer this question is to average probability density functions over the time interval using integration



La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

La méthode du noyau par ponts aléatoires

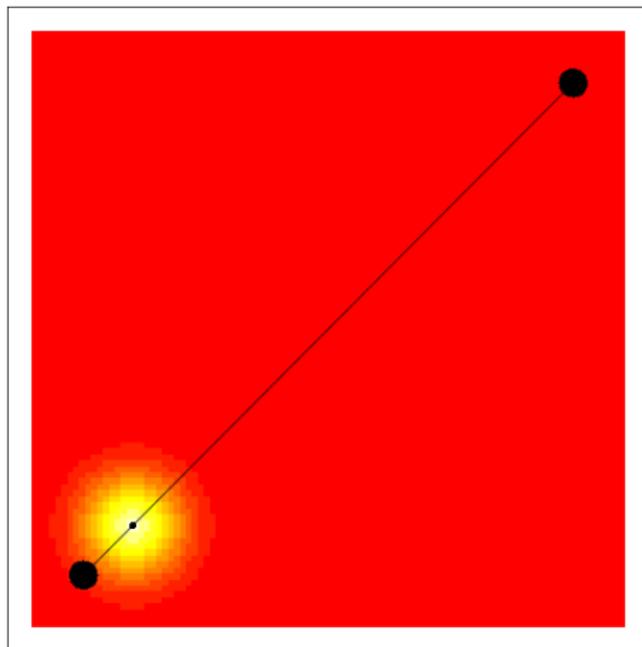
Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$



La méthode du noyau par ponts aléatoires

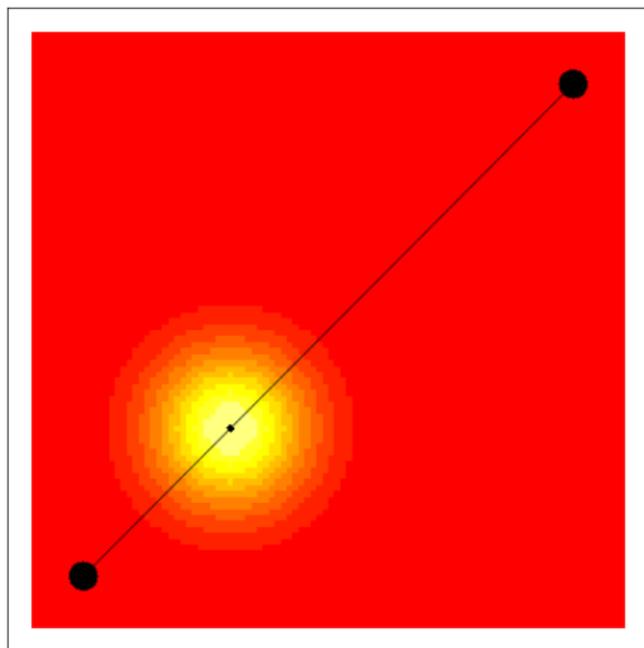
Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$



La méthode du noyau par ponts aléatoires

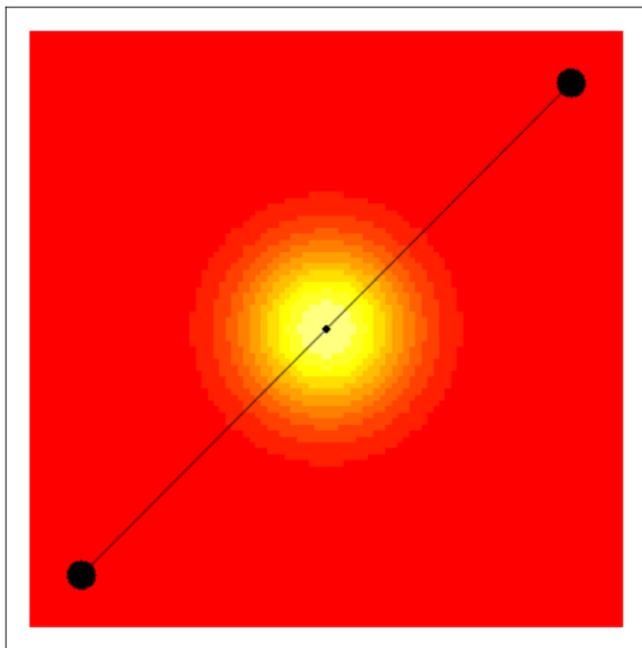
Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$



La méthode du noyau par ponts aléatoires

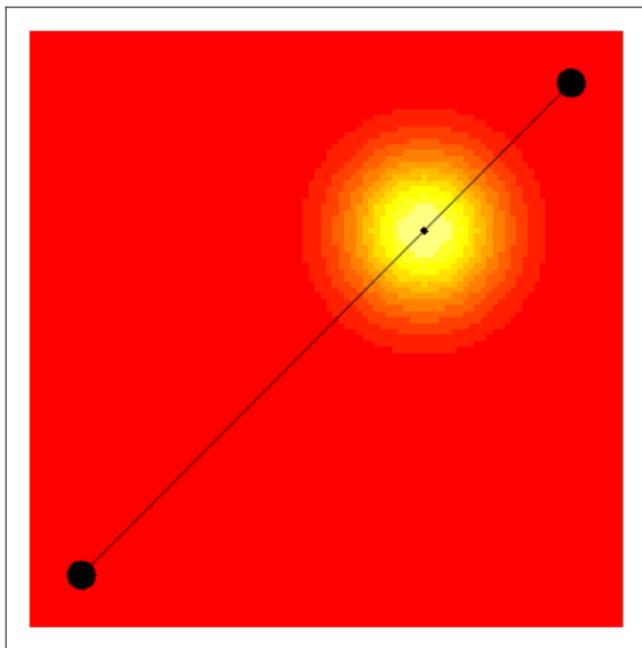
Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$



La méthode du noyau par ponts aléatoires

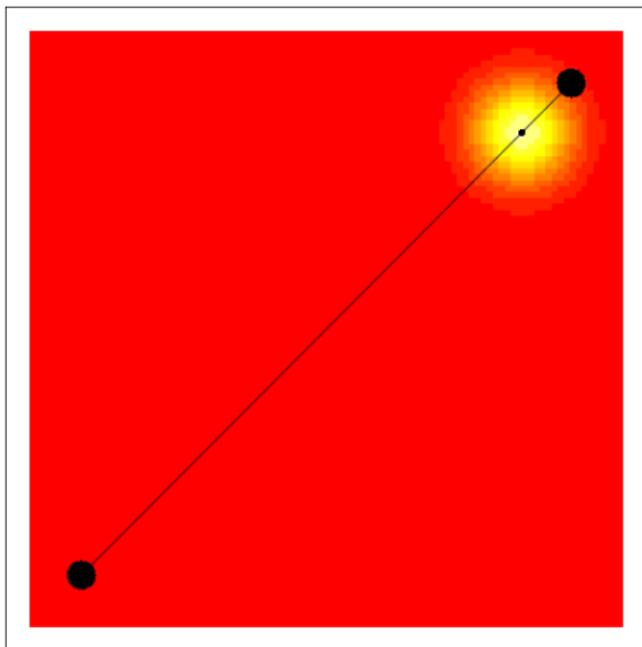
Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$



La méthode du noyau par ponts aléatoires

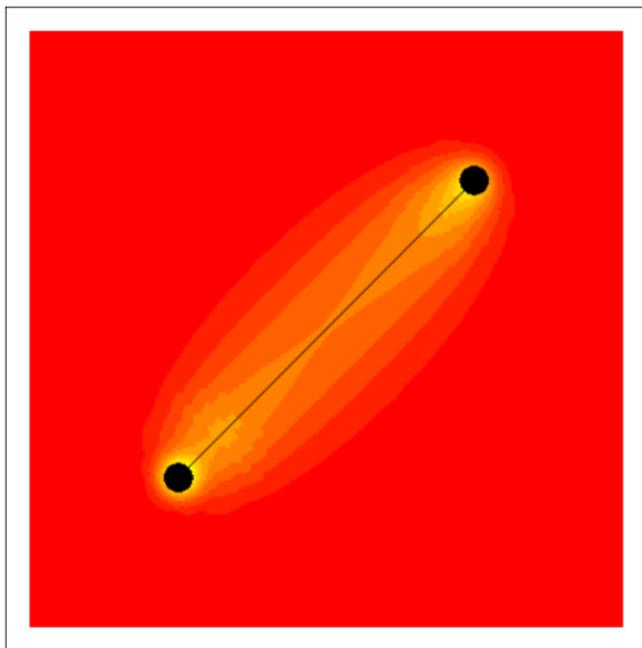
Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$



La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

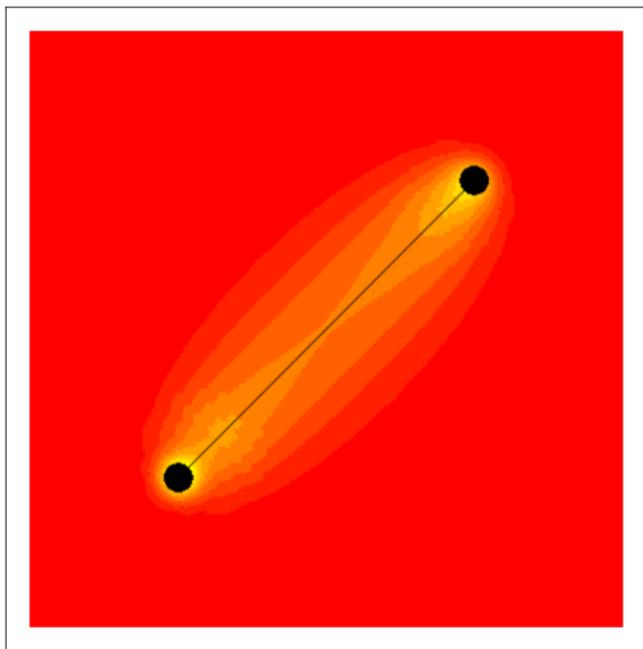
Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.



La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

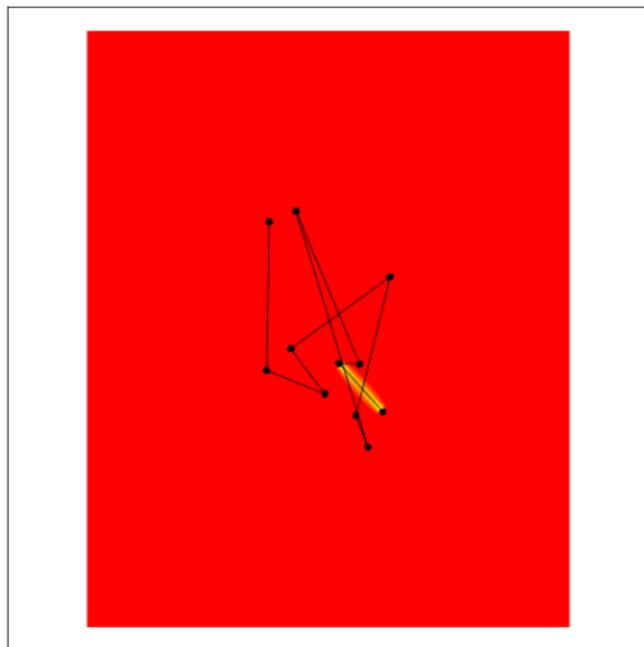
Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.



La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

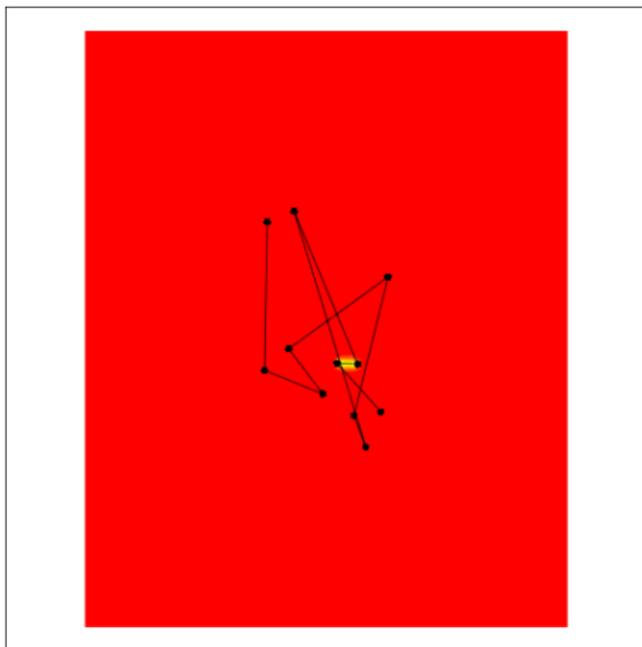
Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.



La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

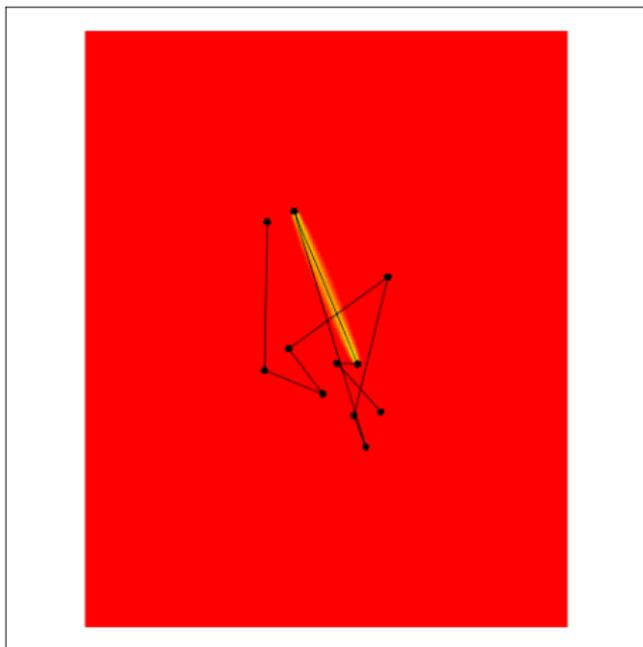
Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.



La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

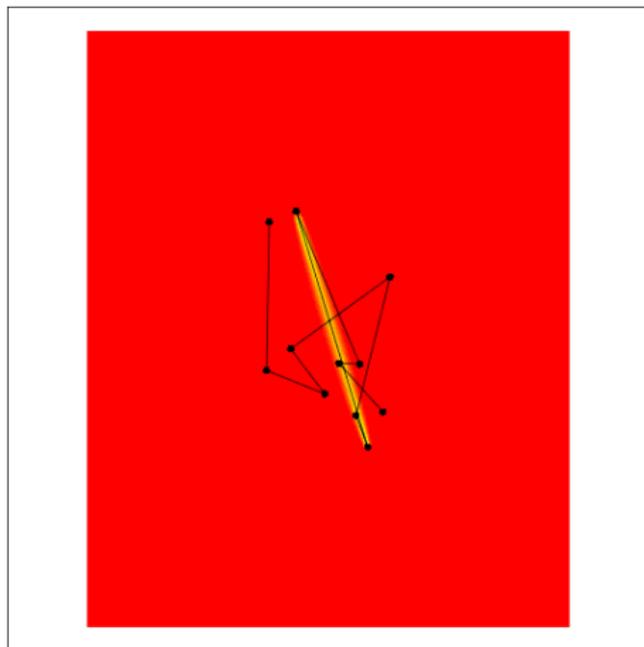
Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.



La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

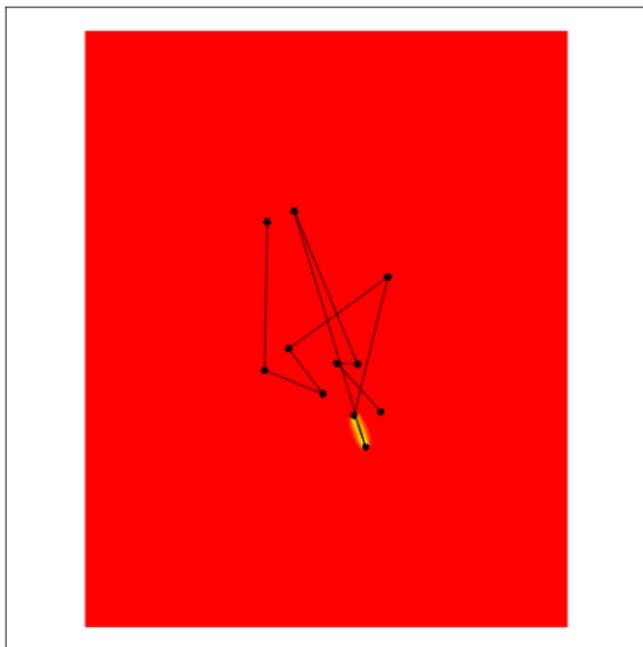
Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.



La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.



La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.

La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.

La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pourquoi une intégrale ?

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.

La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.

Pourquoi une intégrale ?

Modèle statique : l'UD est la fonction de densité de probabilité de présence de l'animal en un point \mathbf{x} lorsque l'on tire au sort une localisation

La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.

Pourquoi une intégrale ?

Modèle statique : l'UD est la fonction de densité de probabilité de présence de l'animal en un point \mathbf{x} lorsque l'on tire au sort une localisation

Équivalent dynamique : nous tirons au sort un instant t dans la période $[T_0, T_f]$. La probabilité $[L_{\mathbf{x}}]$ que l'animal soit localisé en \mathbf{x} selon ce dispositif est :

$$[L_{\mathbf{x}}] = \int_{T_0}^{T_f} p_{\mathbf{x},t}[t] dt$$

avec $p_{\mathbf{x},t}$ la probabilité de présence de l'animal en \mathbf{x} au temps t (loi normale caractérisant le pont brownien), et :

$$[t] = \frac{1}{t_2 - t_1}$$

La méthode du noyau par ponts aléatoires

Pour chaque foulée i délimité par les localisations \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_{i+1} , nous connaissons :

$$p_{\mathbf{x},t} = [L(\mathbf{x}, t) | L(\mathbf{r}_i, t_i), L(\mathbf{r}_{i+1}, t_{i+1})]$$

pour $t_i < t < t_{i+1}$.

Nous calculons la probabilité moyenne :

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_{\mathbf{x},t} dt$$

Et nous moyennons ces quantités sur les $N - 1$ foulées :

$$UD(\mathbf{x}) = \frac{t_{i+1} - t_i}{T} \sum_{i=1}^{N-1} h_i(\mathbf{x})$$

avec T la durée du suivi.

Pourquoi une intégrale ?

Modèle statique : l'UD est la fonction de densité de probabilité de présence de l'animal en un point \mathbf{x} lorsque l'on tire au sort une localisation

Équivalent dynamique : nous tirons au sort un instant t dans la période $[T_0, T_f]$. La probabilité $[L_{\mathbf{x}}]$ que l'animal soit localisé en \mathbf{x} selon ce dispositif est :

$$[L_{\mathbf{x}}] = \int_{T_0}^{T_f} p_{\mathbf{x},t}[t] dt$$

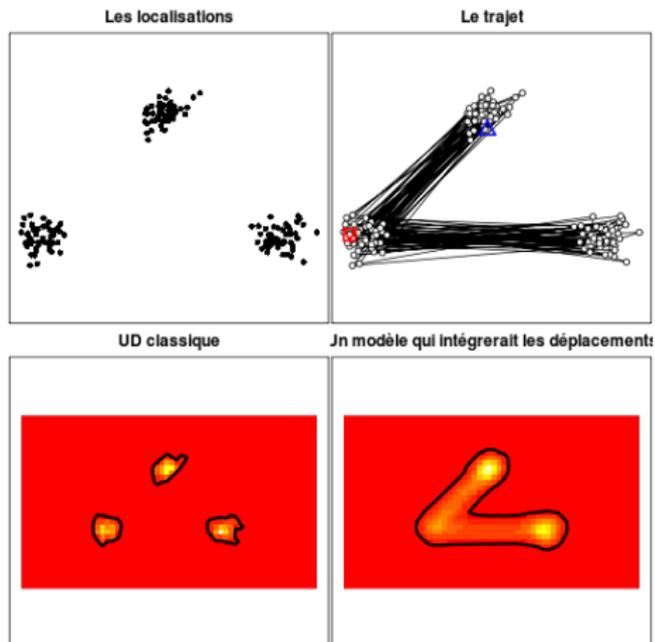
avec $p_{\mathbf{x},t}$ la probabilité de présence de l'animal en \mathbf{x} au temps t (loi normale caractérisant le pont brownien), et :

$$[t] = \frac{1}{t_2 - t_1}$$

→ Par cette intégrale, on estime bien une UD intégrant les déplacement de l'animal !

Quel intérêt par rapport à l'UD classique ?

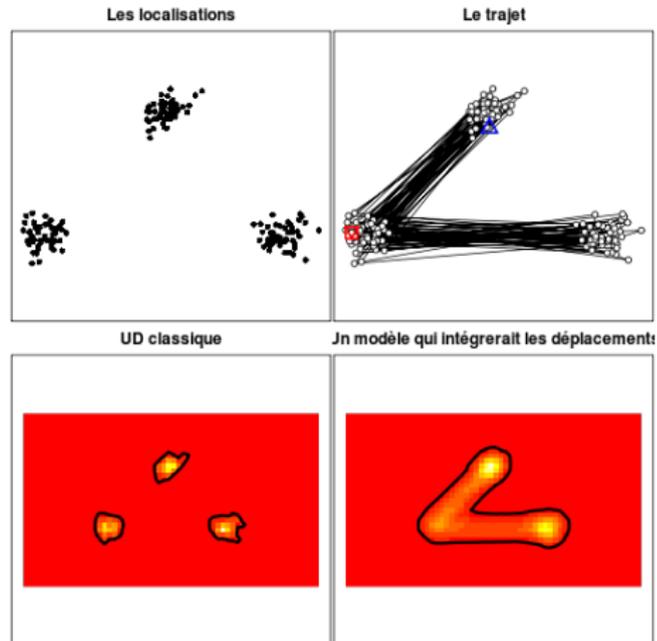
On utilise un modèle de déplacement
comme fondement à l'UD.



Quel intérêt par rapport à l'UD classique ?

On utilise un modèle de déplacement comme fondement à l'UD.

On ne se base plus seulement sur les localisations collectées par GPS, mais on prend en compte leur organisation dans le temps

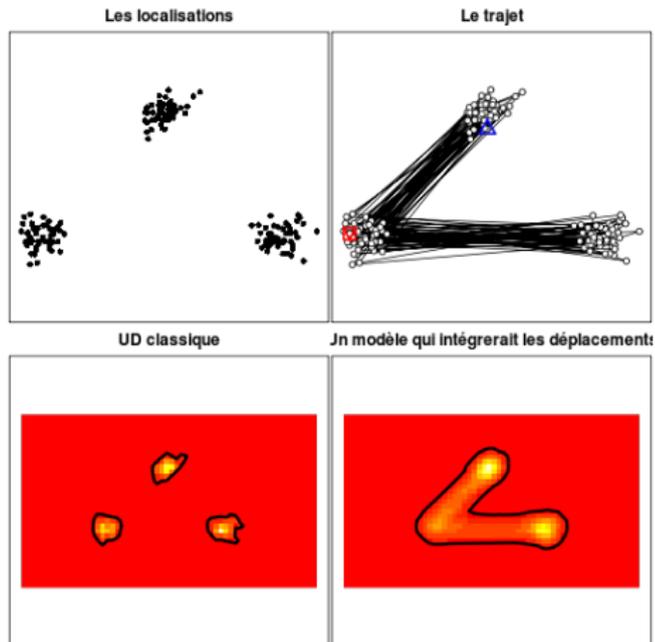


Quel intérêt par rapport à l'UD classique ?

On utilise un modèle de déplacement comme fondement à l'UD.

On ne se base plus seulement sur les localisations collectées par GPS, mais on prend en compte leur organisation dans le temps

Modélisation plus fine de l'occupation de l'espace.
Connectivité du milieu (e.g. trames vertes)

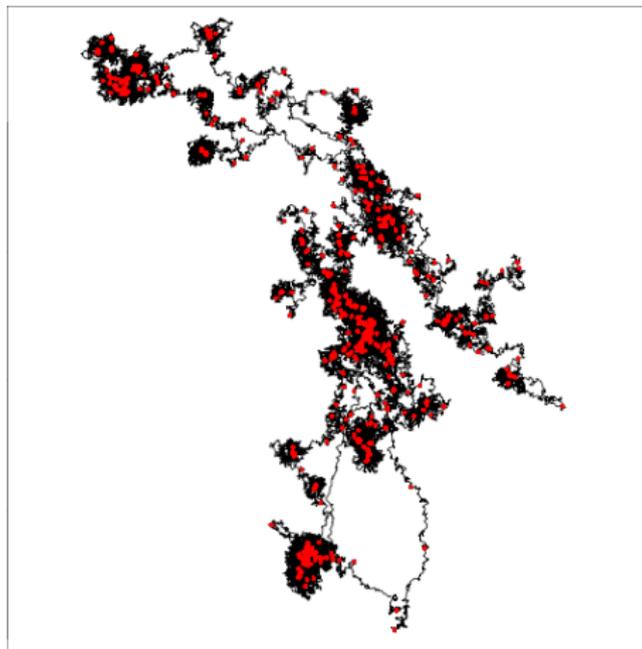


Plan

- 1 Introduction
- 2 Vers un modèle dynamique
- 3 Un modèle de trajet : la marche aléatoire biaisée
- 4 Modélisation du trajet : utilité ?
- 5 Questions mathématiques autour des déplacements d'espèces

Disponibilité d'un modèle du trajet : aller au delà d'une intégrale ?

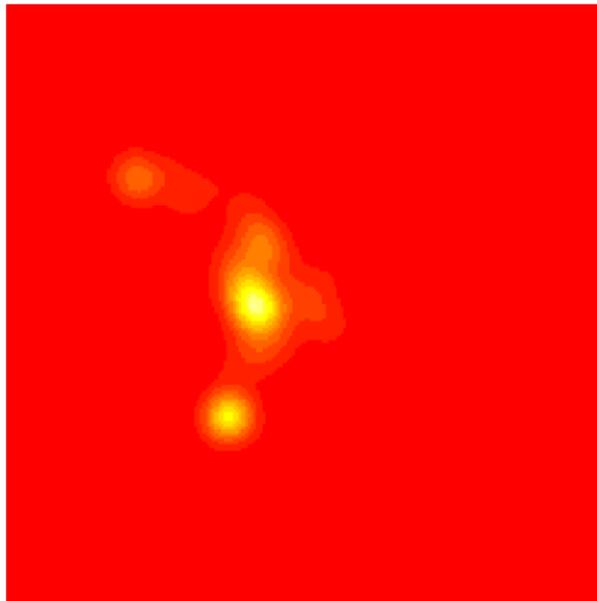
Ces travaux permettent de développer un modèle du trajet de l'animal conditionné par les données dont nous disposons.



Disponibilité d'un modèle du trajet : aller au delà d'une intégrale ?

Ces travaux permettent de développer un modèle du trajet de l'animal conditionné par les données dont nous disposons.

Modèle récent : on ne se sert de ce modèle que pour estimer une UD.

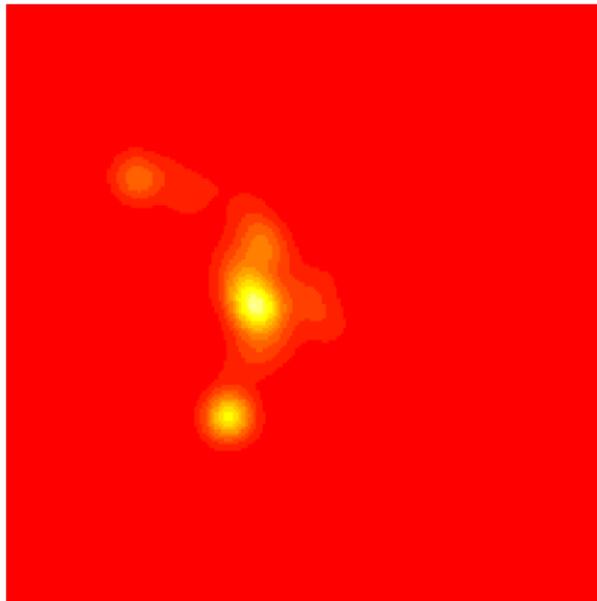


Disponibilité d'un modèle du trajet : aller au delà d'une intégrale ?

Ces travaux permettent de développer un modèle du trajet de l'animal conditionné par les données dont nous disposons.

Modèle récent : on ne se sert de ce modèle que pour estimer une UD.

Peut-on aller plus loin ?



Une analyse plus fine de l'utilisation de l'espace

Une meilleure compréhension de l'utilisation de l'espace si l'on pouvait estimer, dans un cadre autorisant l'inférence :

Une analyse plus fine de l'utilisation de l'espace

Une meilleure compréhension de l'utilisation de l'espace si l'on pouvait estimer, dans un cadre autorisant l'inférence :

- la distribution de probabilité associée au temps de passage d'un animal dans une zone donnée ;

Une analyse plus fine de l'utilisation de l'espace

Une meilleure compréhension de l'utilisation de l'espace si l'on pouvait estimer, dans un cadre autorisant l'inférence :

- la distribution de probabilité associée au temps de passage d'un animal dans une zone donnée ;
- la distribution de probabilité associée au nombre de passages d'un animal dans une zone donnée ;

Une analyse plus fine de l'utilisation de l'espace

Une meilleure compréhension de l'utilisation de l'espace si l'on pouvait estimer, dans un cadre autorisant l'inférence :

- la distribution de probabilité associée au temps de passage d'un animal dans une zone donnée ;
- la distribution de probabilité associée au nombre de passages d'un animal dans une zone donnée ;
- la distribution de probabilité associée à la durée écoulée entre deux passages de l'animal dans une zone donnée (e.g. temps de régénération d'un patch d'habitat utilisé par un animal)

Une analyse plus fine de l'utilisation de l'espace

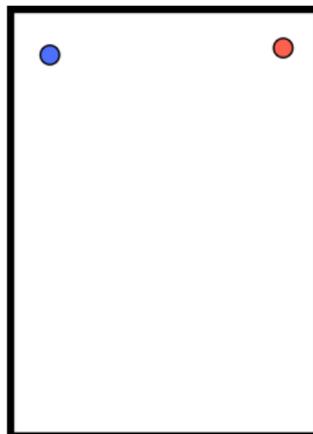
Une meilleure compréhension de l'utilisation de l'espace si l'on pouvait estimer, dans un cadre autorisant l'inférence :

- la distribution de probabilité associée au temps de passage d'un animal dans une zone donnée ;
- la distribution de probabilité associée au nombre de passages d'un animal dans une zone donnée ;
- la distribution de probabilité associée à la durée écoulée entre deux passages de l'animal dans une zone donnée (e.g. temps de régénération d'un patch d'habitat utilisé par un animal)
- etc.

→ Disponibilité croissante des outils de **modélisation hiérarchique** (MCMC, data cloning) : intégration de ces distributions de probabilité dans des modèles plus généraux.

Interactions entre animaux

On suit deux canards par radio-pistage, dont un est atteint d'une pathologie transmissible par contact (e.g. grippe aviaire) :

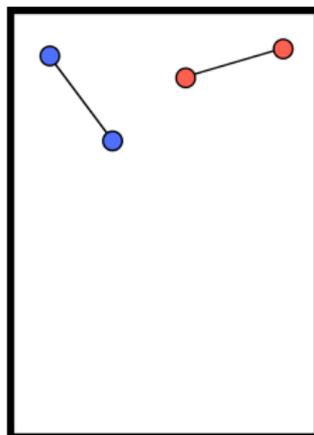


Interactions entre animaux

On suit deux canards par radio-pistage, dont un est atteint d'une pathologie transmissible par contact (e.g. grippe aviaire) :

On considère qu'il y a contact entre les deux animaux lorsque les deux animaux sont à moins de 20 mètres l'un de l'autre.

La probabilité de contamination de l'animal sain par le contaminé est liée à durée de contact T_{AB} entre les deux animaux.



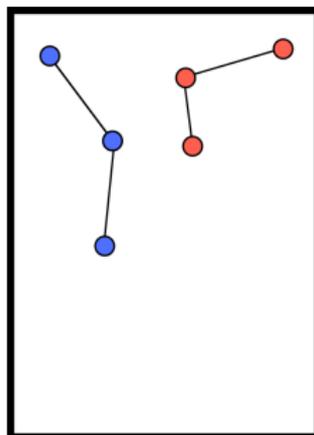
Interactions entre animaux

On suit deux canards par radio-pistage, dont un est atteint d'une pathologie transmissible par contact (e.g. grippe aviaire) :

On considère qu'il y a contact entre les deux animaux lorsque les deux animaux sont à moins de 20 mètres l'un de l'autre.

La probabilité de contamination de l'animal sain par le contaminé est liée à durée de contact T_{AB} entre les deux animaux.

Comment estimer la distribution de probabilité associée au temps de contact entre les deux animaux ?



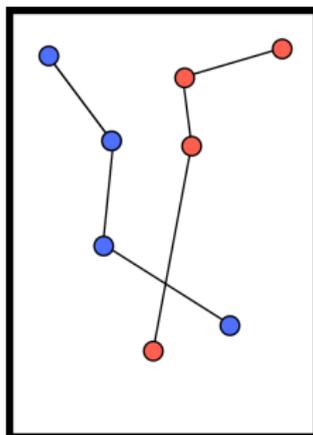
Interactions entre animaux

On suit deux canards par radio-pistage, dont un est atteint d'une pathologie transmissible par contact (e.g. grippe aviaire) :

On considère qu'il y a contact entre les deux animaux lorsque les deux animaux sont à moins de 20 mètres l'un de l'autre.

La probabilité de contamination de l'animal sain par le contaminé est liée à durée de contact T_{AB} entre les deux animaux.

Comment estimer la distribution de probabilité associée au temps de contact entre les deux animaux ?



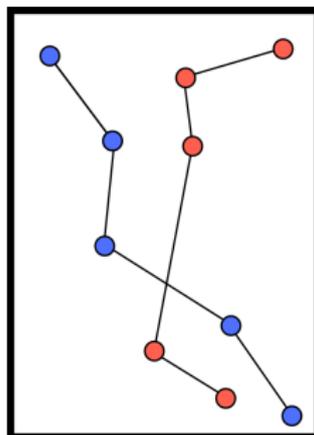
Interactions entre animaux

On suit deux canards par radio-pistage, dont un est atteint d'une pathologie transmissible par contact (e.g. grippe aviaire) :

On considère qu'il y a contact entre les deux animaux lorsque les deux animaux sont à moins de 20 mètres l'un de l'autre.

La probabilité de contamination de l'animal sain par le contaminé est liée à durée de contact T_{AB} entre les deux animaux.

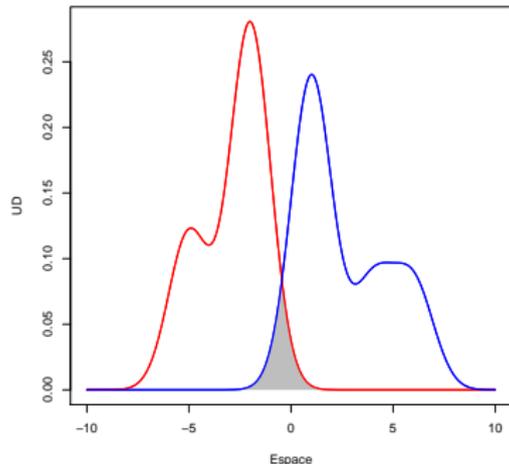
Comment estimer la distribution de probabilité associée au temps de contact entre les deux animaux ?



Interactions entre animaux

Deux types d'interactions :

- Interactions statiques : recouvrement des distributions d'utilisation.



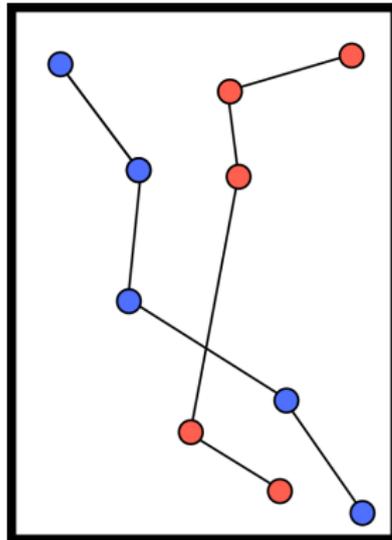
Doncaster (1990) *Journal of Theoretical Biology*

Interactions entre animaux

Deux types d'interactions :

- Interactions statiques : recouvrement des distributions d'utilisation.
- Interactions dynamiques : conditionnellement au recouvrement des domaines vitaux, tendance à l'évitement, à la recherche des conspécifiques ?

Les rares outils développés pour l'analyse des interactions dynamiques entre animaux se concentrent sur les localisations collectées.



Doncaster (1990) *Journal of Theoretical Biology*

Interactions entre animaux

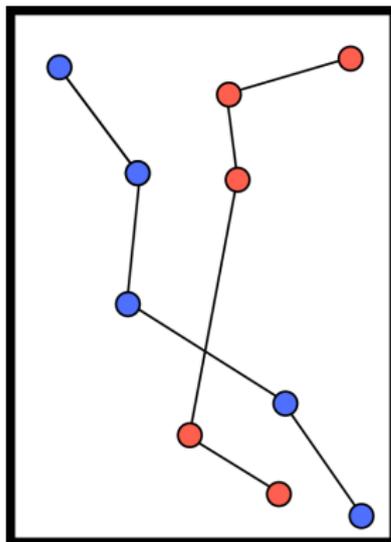
Deux types d'interactions :

- Interactions statiques : recouvrement des distributions d'utilisation.
- Interactions dynamiques : conditionnellement au recouvrement des domaines vitaux, tendance à l'évitement, à la recherche des conspécifiques ?

Les rares outils développés pour l'analyse des interactions dynamiques entre animaux se concentrent sur les localisations collectées.

→ basés sur les distances entre localisations collectées sur différents animaux au même moment → tests très peu puissants !

Doncaster (1990) *Journal of Theoretical Biology*



Interactions entre animaux

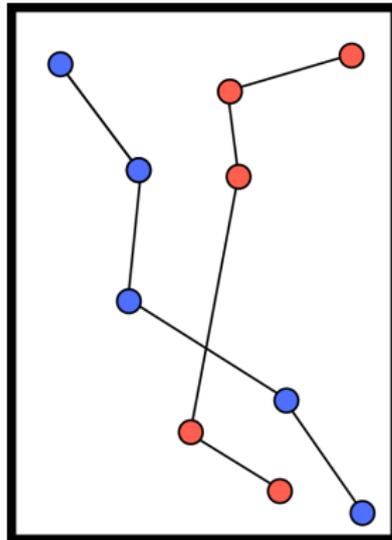
Deux types d'interactions :

- Interactions statiques : recouvrement des distributions d'utilisation.
- Interactions dynamiques : conditionnellement au recouvrement des domaines vitaux, tendance à l'évitement, à la recherche des conspécifiques ?

Les rares outils développés pour l'analyse des interactions dynamiques entre animaux se concentrent sur les localisations collectées.

→ basés sur les distances entre localisations collectées sur différents animaux **au même moment** → tests très peu puissants !

Doncaster (1990) *Journal of Theoretical Biology*



Utilité d'un modèle de trajet dans un contexte d'analyse d'interactions

Mais, disposant d'un modèle de trajet pour deux animaux, nous pourrions en théorie :

Utilité d'un modèle de trajet dans un contexte d'analyse d'interactions

Mais, disposant d'un modèle de trajet pour deux animaux, nous pourrions en théorie :

- Associer une **densité de probabilité** aux temps de contact entre deux animaux

Utilité d'un modèle de trajet dans un contexte d'analyse d'interactions

Mais, disposant d'un modèle de trajet pour deux animaux, nous pourrions en théorie :

- Associer une **densité de probabilité** aux temps de contact entre deux animaux
- Associer une **probabilité** au nombre de contacts entre deux animaux

Utilité d'un modèle de trajet dans un contexte d'analyse d'interactions

Mais, disposant d'un modèle de trajet pour deux animaux, nous pourrions en théorie :

- Associer une **densité de probabilité** aux temps de contact entre deux animaux
- Associer une **probabilité** au nombre de contacts entre deux animaux
- Associer une **densité de probabilité** au temps entre deux contacts entre les deux animaux

Utilité d'un modèle de trajet dans un contexte d'analyse d'interactions

Mais, disposant d'un modèle de trajet pour deux animaux, nous pourrions en théorie :

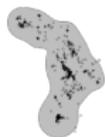
- Associer une **densité de probabilité** aux temps de contact entre deux animaux
- Associer une **probabilité** au nombre de contacts entre deux animaux
- Associer une **densité de probabilité** au temps entre deux contacts entre les deux animaux

Et donc en déduire des métriques permettant de mesurer les interactions dynamiques entre les animaux.

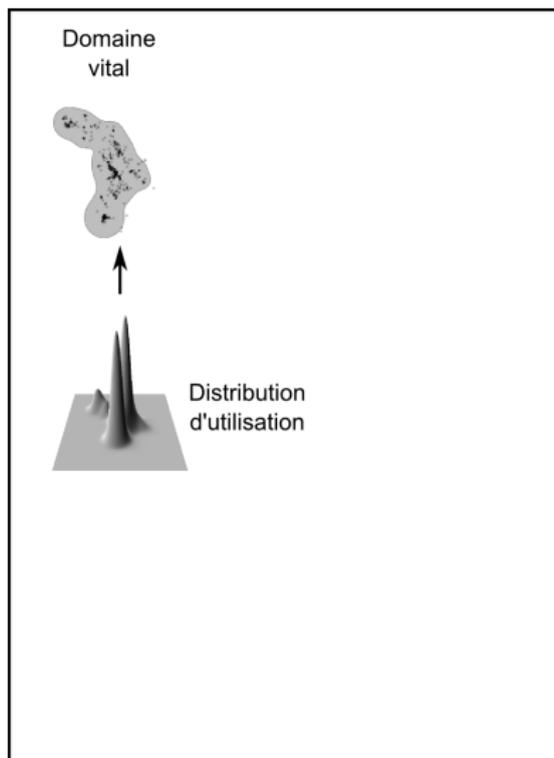
→ problématiques sanitaires (transmission de maladies), écologiques (compétition, recherche des conspécifiques, etc.)

Questions mathématiques autour des déplacements d'espèces

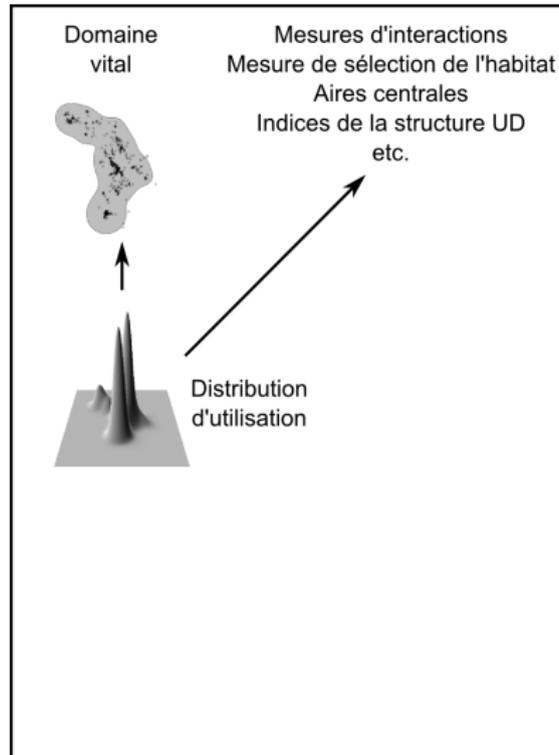
Domaine
vital



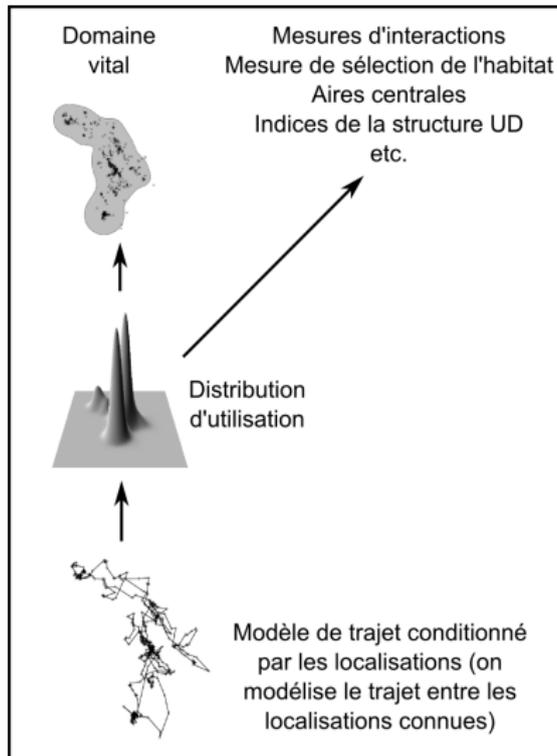
Questions mathématiques autour des déplacements d'espèces



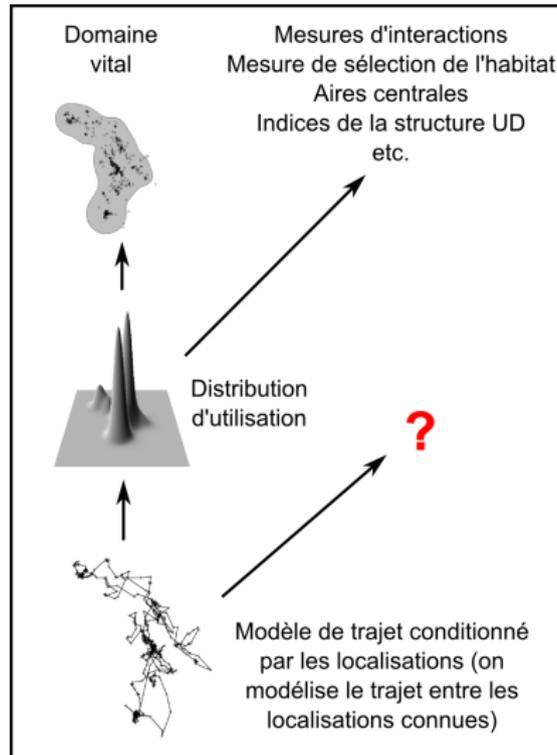
Questions mathématiques autour des déplacements d'espèces



Questions mathématiques autour des déplacements d'espèces



Questions mathématiques autour des déplacements d'espèces



Merci...



... de votre attention !