

Coopération humaine dans un environnement changeant

Claire Ecotière

Dirigée par: Sylvie Méléard et Régis Ferrière

Présentation pour Aussois, 15 Juin 2021

- 1 Motivation
- 2 Modèle
- 3 Résultats
- 4 Perspectives

- Qu'est ce qu'on entend par coopération ?
- Comment, en sociologie, les individus réagissent-ils face aux changements climatiques?
→ Clayton (2015), Clayton & Myers (2019):
 - la pression du groupe
 - la perception du risque
- Changement climatique ou environnement ?
→ Bury (2019): Couplage socio-climat

Modèle

- Une population de taille N séparée en deux comportements:
 - A : les atténuateurs
 - B : les non-atténuateurs
- Transfert entre les populations A et B:
 - Influence sociale
 - Changement individuel

Variables d'état

- X^N : fréquence des A dans la population
- E^N : environnement perçu

On étudie le comportement du processus $(X_t^N, E_t^N)_{t \geq 0}$.

Dynamique de l'environnement

- La variable de l'environnement E^N est décrite par:

$$\dot{E}_t^N = h(X_t^N, E_t^N).$$

- La fonction h a pour forme:

$$h(x, e) = \ell e(l_A x + l_B(1 - x) - e),$$

- ℓ : un paramètre d'échelle
- $l_i > 0$: perception de l'impact sur l'environnement du comportement i , $i \in \{A, B\}$ et $l_A < l_B$

Influence sociale

- Changement de comportement par contact entre deux populations
- Facteurs qui influencent les changements des individus
 - Le gain du comportement
 - La norme social

Influence sociale

- Les individus de type $i \in \{A, B\}$ deviennent $j (\neq i)$ à taux global

$$\kappa \underbrace{NX_t^N}_{\text{pop. A}} \underbrace{N(1 - X_t^N)}_{\text{pop. B}} \underbrace{\lambda_j^N(X_t^N)}_{\text{taux ind.}},$$

- κ : un paramètre d'échelle
- $N\lambda_A^N(x) \xrightarrow{N \rightarrow +\infty} \lambda_A(x) = \gamma_A + \delta_A x,$
- $N\lambda_B^N(x) \xrightarrow{N \rightarrow +\infty} \lambda_B(x) = \gamma_B + \delta_B(1 - x),$
- $\gamma_i > 0$: le gain à avoir le comportement i
- $\delta_i > 0$: la norme sociale des i , où $i \in \{A, B\}$.

Changement individuel

- Changement par inférence sur l'état de l'environnement
- Les individus de type $i \in \{A, B\}$ deviennent $j (\neq i)$ à taux

$$\lambda \tau_j^N(E_t^N, X_t^N),$$

- λ : un paramètre d'échelle
- $\tau_A^N(E_t^N, X_t^N) = N(1 - X_t^N)\tau_A(E_t^N) = N(1 - X_t^N)(E_t^N - I_A)$,
- $\tau_B^N(E_t^N, X_t^N) = NX_t^N\tau_B(E_t^N) = NX_t^N(I_B - E_t^N)$.

Générateur infinitésimal

On peut donc écrire le générateur infinitésimal L^N du PDMP $(X_t^N, E_t^N)_{t \geq 0}$ comme suit. Pour $(x, e) \in \frac{\mathbb{N}}{N} \times \mathbb{R}_*^+$ et $f \in \mathcal{C}_b^1(\frac{\mathbb{N}}{N} \times \mathbb{R}_*^+, \mathbb{R})$, on a :

$$\begin{aligned}
 L^N f(x, e) = & N^2 \kappa \lambda_A^N(x) x(1-x) \left[f\left(x + \frac{1}{N}, e\right) - f(x, e) \right] \\
 & + N^2 \kappa \lambda_B^N(x) (1-x)x \left[f\left(x - \frac{1}{N}, e\right) - f(x, e) \right] \\
 & + \lambda N x \tau_B(e) \left[f\left(x - \frac{1}{N}, e\right) - f(x, e) \right] \\
 & + \lambda N (1-x) \tau_A(e) \left[f\left(x + \frac{1}{N}, e\right) - f(x, e) \right] \\
 & + h(x, e) \frac{\partial f(x, e)}{\partial e}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Résultats

Quels sont les comportements limites du modèle ?

Théorème

Quand $N \rightarrow +\infty$ si $(X_0^N, E_0^N) \rightarrow (x_0, e_0)$, alors pour tout $T > 0$, la suite de processus $((X_t^N, E_t^N), t \in [0, T])$ converge en loi dans $\mathbb{D}([0, T], [0, 1] \times \mathbb{R}_*^+)$ vers l'unique solution $((x_t, e_t), t \in [0, T])$ du système d'EDO

$$\begin{cases} x'(t) = P(x(t), e(t)) \\ e'(t) = h(x(t), e(t)) \end{cases}, \quad (2)$$

de condition initiale $(x_0, e_0) \in [0, 1] \times \mathbb{R}_*^+$,

$$P(x, e) = \kappa x(1-x)[\gamma_A - \gamma_B + ((\delta_A + \delta_B)x - \delta_B)] + \lambda(e - I_A - (I_B - I_A)x)$$

$$\text{et } h(x, e) = \ell e(I_A x + I_B(1-x) - e).$$

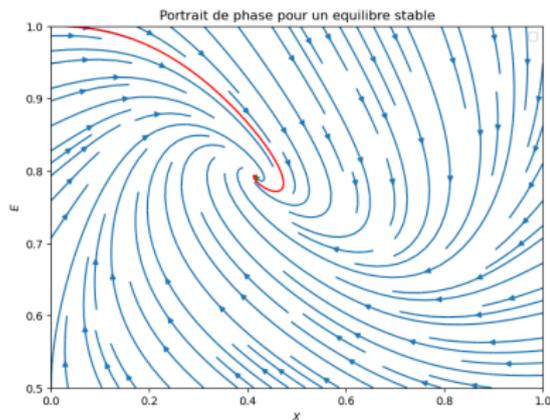


Figure 1: Trajectoire déterministe pour un jeu de paramètres qui admet un équilibre stable sans cycle

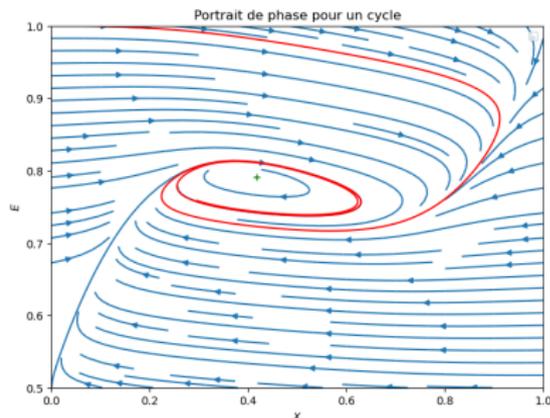


Figure 2: Trajectoire déterministe pour un jeu de paramètres qui admet un équilibre instable

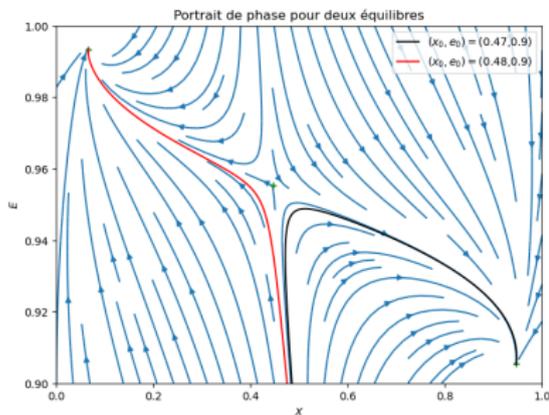


Figure 3: Trajectoire déterministe pour un jeu de paramètres qui admet deux équilibres stable sans cycle

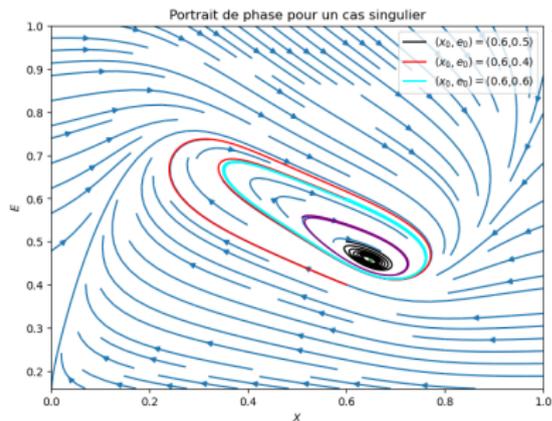


Figure 4: Trajectoire déterministe pour un jeu de paramètres qui admet un équilibre stable avec cycle un cycle stable et un instable (violet)

Mesure invariante

Soit $I^N = \llbracket 0, \frac{1}{N} \cdots, 1 \rrbracket$ et $M' = [I_A, I_B]$.

Théorème

Le PDMP (X^N, E^N) admet une unique probabilité invariante notée π^N absolument continue par rapport à la mesure de Lebesgue et de support $I^N \times M'$. De plus, il existe des constantes strictement positives C et η telles que pour tout $t \geq 0$ et pour tout $(X^N, E^N) \in I^N \times M'$,

$$\|\mathbb{P}((X_t^N, E_t^N) \in \cdot) - \pi^N\|_{VT} \leq C e^{-\eta t}.$$

Preuve: Inspiré par Benaïm et al. (2015)

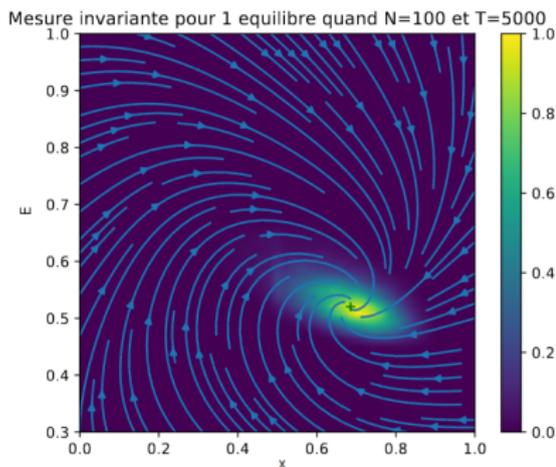


Figure 5: Mesure empirique pour un équilibre stable

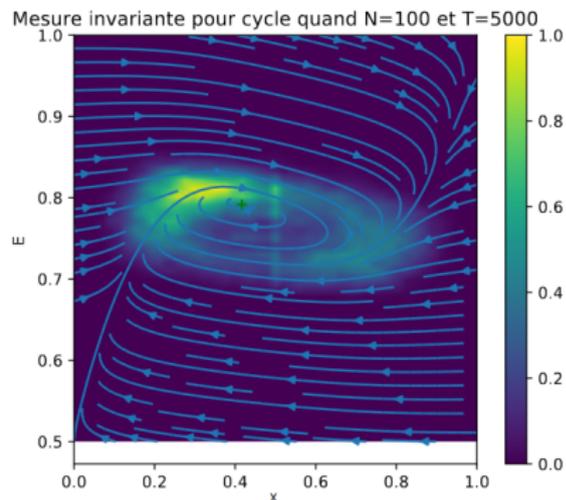


Figure 6: Mesure empirique pour un équilibre instable

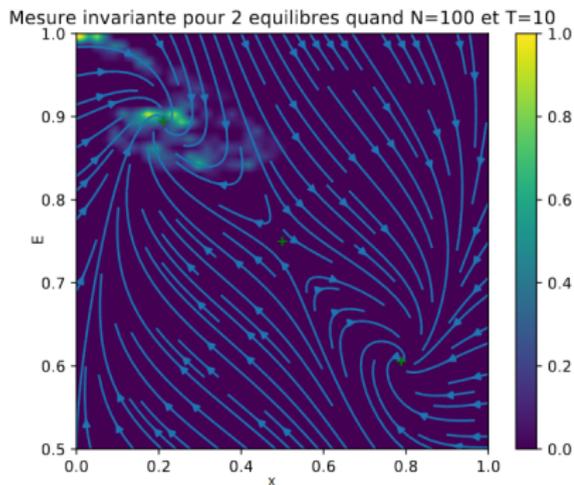


Figure 7: Mesure empirique pour deux équilibres stables à $t=10$

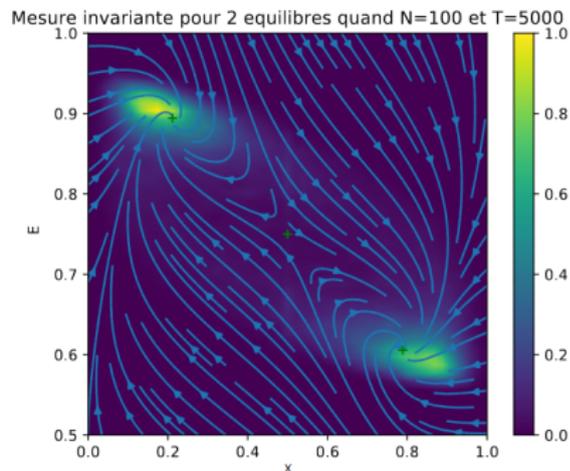


Figure 8: Mesure empirique pour deux équilibres stables à $t=5000$

Perspectives

- Un environnement réel
- Un continuum de comportement
- Différents types d'individus

Merci de votre attention!

- Benaïm, M., Le Borgne, S., Malrieu, F. & Zitt, P.-A. (2015), 'Qualitative properties of certain piecewise deterministic markov processes', **51**(3), 1040–1075.
- Bury, T. (2019), 'Charting pathways to climate mitigation in a coupled socio-climate model'.
- Clayton, S. (2015), 'Psychological research and global climate change'.
- Clayton, S. & Myers, G. (2019), *Conservation psychology: Understanding and promoting human care for nature*, John Wiley & Sons.