Modélisation de réseaux trophiques

Sylvain Billiard
GEPV

Nicolas Champagnat
IECL & Inria

Coralie Fritsch
IECL & CMAP

Objectifs

- comprendre l'évolution des réseaux trophiques (stabilité, résilience, ...)
- voir émerger différentes structures dans ces réseaux
- comprendre l'émergence d'un nouveau niveau trophique

- modélisation de l'évolution de 2 traits dans des réseaux trophiques

Modèle de Brännström et al.

évolution du log de la taille z

Theor Ecol
DOI 10.1007/s12080-010-0089-6

ORIGINAL PAPER

Emergence and maintenance of biodiversity in an evolutionary food-web model

Åke Brännström · Nicolas Loeuille · Michel Loreau · Ulf Dieckmann

Un individu de taille r est caractérisé par $z = \ln(r/r_0)$, où r_0 est la taille de la ressource.

- prédation de z sur y au taux

$$\frac{M_\gamma}{\sqrt{2\,\pi}\,\sigma_\gamma}\, e^{-\frac{(z-y-\mu)^2}{2\,\sigma_\gamma^2}}$$

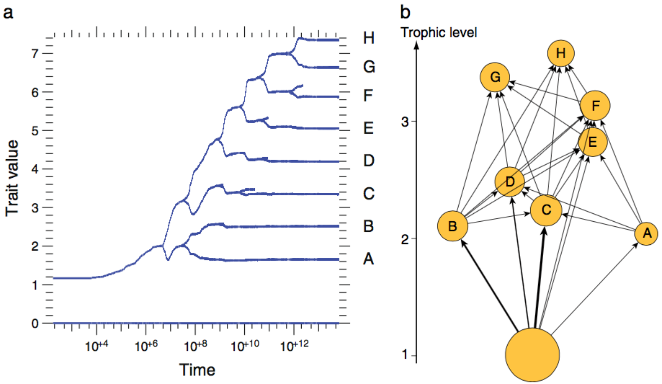
  avec un coefficient de conversion $\lambda\, e^{y-z}$.
- consommation de la ressource : prédation d'un individu de trait 0.
- compétition entre z et y au taux

$$\frac{M_c}{\sqrt{2\,\pi}\,\sigma_c}\, e^{-\frac{(z-y)^2}{2\,\sigma_c^2}}$$

- mort de z au taux $d_0\, e^{-q\,z}$ $(q = 0.25)$

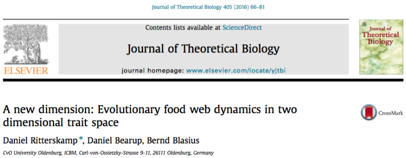
Modèle de Brännström et al.

évolution du log de la taille z



Modèle de Ritterskamp et al.

évolution du log de la taille z + un trait abstrait x



Journal of Theoretical Biology 405 (2016) 66–81

Contents lists available at ScienceDirect

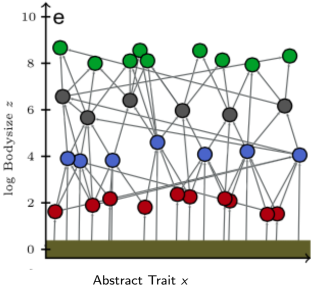
Journal of Theoretical Biology

journal homepage: www.elsevier.com/locate/yjtbi

A new dimension: Evolutionary food web dynamics in two dimensional trait space

Daniel Ritterskamp *, Daniel Bearup, Bernd Blasius

CvO University Oldenburg, ICBM, Carl-von-Ossietzky-Strasse 9-11, 26111 Oldenburg, Germany

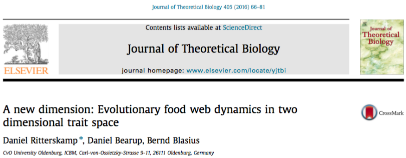


Un individu est caractérisé par

- sa (log-)taille $z = \log_{10}(r/r_0)$
- un trait abstrait x

Modèle de Ritterskamp et al.

évolution du log de la taille z + un trait abstrait x



Journal of Theoretical Biology 405 (2016) 66–81

Contents lists available at ScienceDirect

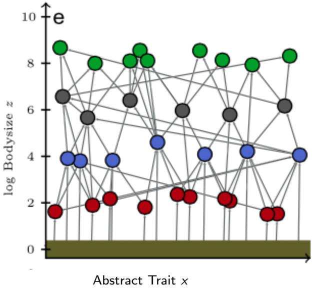
Journal of Theoretical Biology

journal homepage: www.elsevier.com/locate/yjtbi

A new dimension: Evolutionary food web dynamics in two dimensional trait space

Daniel Ritterskamp*, Daniel Bearup, Bernd Blasius

CvO University Oldenburg, ICBM, Carl-von-Ossietzky-Strasse 9-11, 26111 Oldenburg, Germany



Un individu est caractérisé par

- sa (log-)taille $z = \log_{10}(r/r_0)$
- un trait abstrait x

- noyau de prédation discontinu qui exclut le cannibalisme
  $\Longrightarrow$ exclut des états d'équilibres à densité
- besoin de "grandes" mutations pour avoir un branchement dans le trait abstrait x

Retour au modèle de Brännström et al.

Theor Ecol
DOI 10.1007/s12080-010-0089-6

ORIGINAL PAPER

Emergence and maintenance of biodiversity in an evolutionary food-web model

Åke Brännström · Nicolas Loeuille · Michel Loreau · Ulf Dieckmann

Un individu de taille r est caractérisé par $z = \ln(r/r_0)$, où r_0 est la taille de la ressource.

- prédation de z sur y au taux

$$\frac{M_\gamma}{\sqrt{2\,\pi}\,\sigma_\gamma}\,e^{-\frac{(z-y-\mu)^2}{2\,\sigma_\gamma^2}}$$

  avec un coefficient de conversion $\lambda\,e^{y-z}$.
- consommation de la ressource : prédation d'un individu de trait 0.
- compétition entre z et y au taux

$$\frac{M_c}{\sqrt{2\,\pi}\,\sigma_c}\,e^{-\frac{(z-y)^2}{2\,\sigma_c^2}}$$

- mort de z au taux $d_0\,e^{-q\,z}$ $(q = 0.25)$

Modèle de Brännström et al. + préférence de prédation μ

Theor Ecol
DOI 10.1007/s12080-010-0089-6

ORIGINAL PAPER

Emergence and maintenance of biodiversity in an evolutionary food-web model

Åke Brännström · Nicolas Loeuille · Michel Loreau · Ulf Dieckmann

Un individu de taille r est caractérisé par $z = \ln(r/r_0)$, où r_0 est la taille de la ressource + sa préférence de prédation μ

- prédation de (z, μ) sur (y, η) au taux

$$\frac{M_\gamma}{\sqrt{2\,\pi}\,\sigma_\gamma}\, e^{-\frac{(z-y-\mu)^2}{2\,\sigma_\gamma^2}}$$

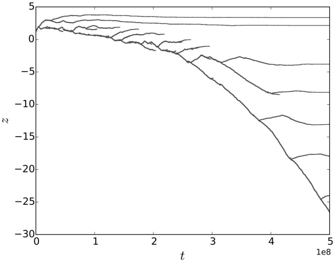
  avec un coefficient de conversion $\lambda\, e^{y-z}$.
- consommation de la ressource : prédation d'un individu de trait 0.
- compétition entre z et y au taux

$$\frac{M_c}{\sqrt{2\,\pi}\,\sigma_c}\, e^{-\frac{(z-y)^2}{2\,\sigma_c^2}}$$

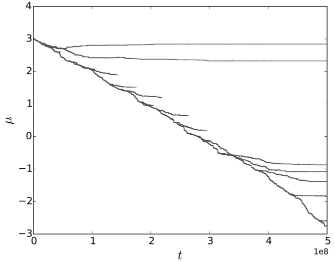
- mort de z au taux $d_0\, e^{-q\,z}$ $(q = 0.25)$

Modèle de Brännström et al. + évolution de μ (préférence de prédation)

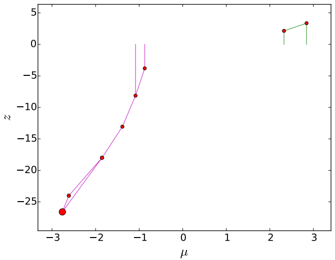
Évolution de la (log-)taille z



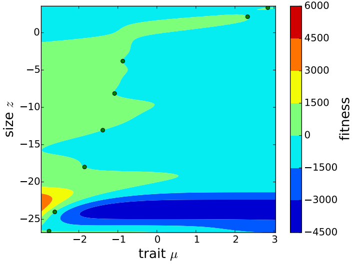
Évolution de la préférence de prédation μ



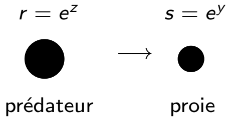
Réseau trophique



Fitness d'invasion



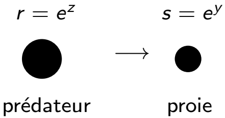
Quelles modifications apporter au modèle ?



Coefficient de conversion :

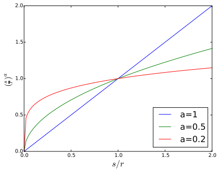
$\lambda\, e^{-(z-y)}$ | $\lambda\, \frac{s}{r}$

Quelles modifications apporter au modèle ?



Coefficient de conversion :

$\lambda\, e^{-(z-y)}$	$\lambda\, \frac{s}{r}$
$\lambda\, e^{-a(z-y)}$	$\lambda\, \left(\frac{s}{r}\right)^a$



Quelles modifications apporter au modèle ?

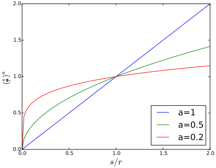
$$r = e^z \qquad\qquad s = e^y$$

$$\bullet \longrightarrow \bullet$$

prédateur — proie

Coefficient de conversion :

$\lambda\, e^{-(z-y)}$	$\lambda\, \frac{s}{r}$
$\lambda\, e^{-a(z-y)}$	$\lambda\, \left(\frac{s}{r}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a(z-y-\log(\alpha))}$	$\lambda\, \left(\frac{s\,\alpha}{r}\right)^a$



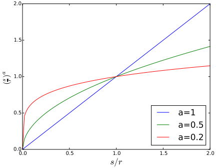
Quelles modifications apporter au modèle ?

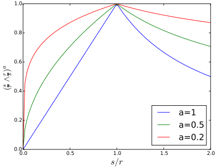
$r = e^z$ $\longrightarrow$ $s = e^y$

prédateur   proie

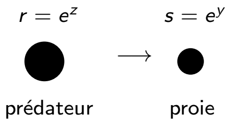
Coefficient de conversion :

$\lambda\, e^{-(z-y)}$	$\lambda\, \frac{s}{r}$
$\lambda\, e^{-a(z-y)}$	$\lambda\, \left(\frac{s}{r}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a(z-y-\log(\alpha))}$	$\lambda\, \left(\frac{s\,\alpha}{r}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a\lvert z-y\rvert}$	$\lambda\, \left(\frac{s}{r} \wedge \frac{r}{s}\right)^a$



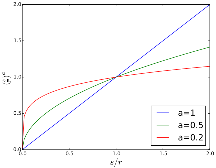


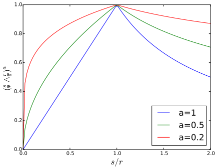
Quelles modifications apporter au modèle ?



Coefficient de conversion :

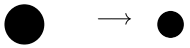
$\lambda\, e^{-(z-y)}$	$\lambda\, \frac{s}{r}$
$\lambda\, e^{-a(z-y)}$	$\lambda\, \left(\frac{s}{r}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a(z-y-\log(\alpha))}$	$\lambda\, \left(\frac{s\,\alpha}{r}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a\lvert z-y\rvert}$	$\lambda\, \left(\frac{s}{r} \wedge \frac{r}{s}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a\lvert z-y-\log(\alpha)\rvert}$	$\lambda\, \left(\frac{s\,\alpha}{r} \wedge \frac{r}{s\,\alpha}\right)^a$





Quelles modifications apporter au modèle ?

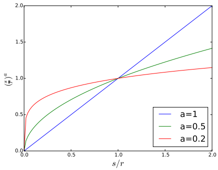
$r = e^z$ $\qquad$ $s = e^y$

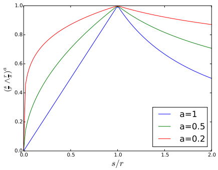


prédateur $\qquad$ proie

Coefficient de conversion :

$\lambda\, e^{-(z-y)}$	$\lambda\, \frac{s}{r}$
$\lambda\, e^{-a(z-y)}$	$\lambda\, \left(\frac{s}{r}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a(z-y-\log(\alpha)))}$	$\lambda\, \left(\frac{s\,\alpha}{r}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a\|z-y\|}$	$\lambda\, \left(\frac{s}{r} \wedge \frac{r}{s}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a\|z-y-\log(\alpha)\|}$	$\lambda\, \left(\frac{s\,\alpha}{r} \wedge \frac{r}{s\,\alpha}\right)^a$



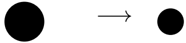


Noyau de prédation :

$$\gamma(z-y-\mu) = \frac{M_\gamma}{\sqrt{2\,\pi}\,\sigma_\gamma}\, e^{-\frac{(z-y-\mu)^2}{2\,\sigma_\gamma^2}},$$

Quelles modifications apporter au modèle ?

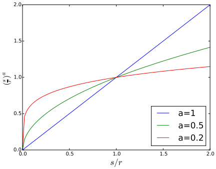
$r = e^z$ $\qquad$ $s = e^y$

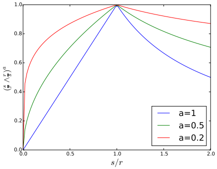


prédateur $\qquad$ proie

Coefficient de conversion :

$\lambda\, e^{-(z-y)}$	$\lambda\, \frac{s}{r}$
$\lambda\, e^{-a(z-y)}$	$\lambda\, \left(\frac{s}{r}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a(z-y-\log(\alpha)))}$	$\lambda\, \left(\frac{s\,\alpha}{r}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a\lvert z-y\rvert}$	$\lambda\, \left(\frac{s}{r} \wedge \frac{r}{s}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a\lvert z-y-\log(\alpha)\rvert}$	$\lambda\, \left(\frac{s\,\alpha}{r} \wedge \frac{r}{s\,\alpha}\right)^a$



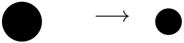


Noyau de prédation :

$$\gamma(z-y-\mu) = \frac{M_\gamma}{\sqrt{2\,\pi}\,\sigma_\gamma}\, e^{-\frac{(z-y-\mu)^2}{2\,\sigma_\gamma^2}}, \qquad \gamma(z-y-\mu)\, \frac{\gamma(z-y-\mu)}{\gamma(z-y-\mu)+\gamma(y-z-\eta)}$$

Quelles modifications apporter au modèle ?

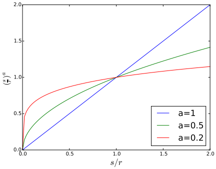
$r = e^z$ $\quad\longrightarrow\quad$ $s = e^y$

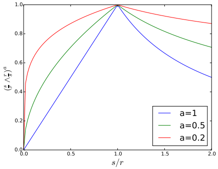


prédateur proie

Coefficient de conversion :

$\lambda\, e^{-(z-y)}$	$\lambda\, \frac{s}{r}$
$\lambda\, e^{-a(z-y)}$	$\lambda\, \left(\frac{s}{r}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a(z-y-\log(\alpha)))}$	$\lambda\, \left(\frac{s\,\alpha}{r}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a\lvert z-y\rvert}$	$\lambda\, \left(\frac{s}{r} \wedge \frac{r}{s}\right)^a$
$\lambda\, e^{-a\lvert z-y-\log(\alpha)\rvert}$	$\lambda\, \left(\frac{s\,\alpha}{r} \wedge \frac{r}{s\,\alpha}\right)^a$



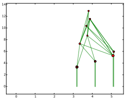
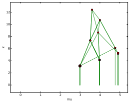
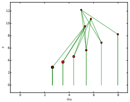
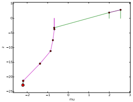
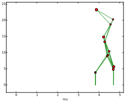
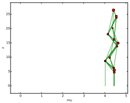
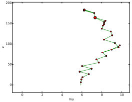
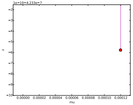
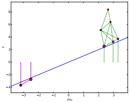
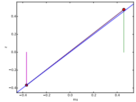
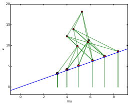
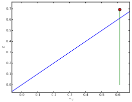


Noyau de prédation :

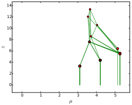
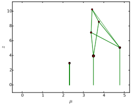
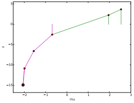
$$\gamma(z-y-\mu) = \frac{M_\gamma}{\sqrt{2\,\pi}\,\sigma_\gamma}\, e^{-\frac{(z-y-\mu)^2}{2\,\sigma_\gamma^2}}, \qquad \gamma(z-y-\mu)\,\frac{\gamma(z-y-\mu)}{\gamma(z-y-\mu)+\gamma(y-z-\eta)}$$

$$\gamma(z-y-\mu)\, e^{-q\,z}$$

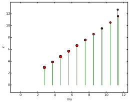
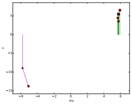
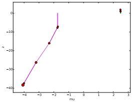
Noyau de prédation $\gamma(z-y-\mu) = \frac{M_\gamma}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_\gamma}\, e^{-\frac{(z-y-\mu)^2}{2\,\sigma_\gamma^2}}$

λ	Réseaux trophiques
$e^{-a\,(z-y)}$	 $a=0.2$  $a=q=0.25$  $a=0.4$  $a=1$
$e^{-a\,\lvert z-y\rvert}$	 $a=0.2$  $a=q=0.25$  $a=0.4$  $a=1$
$e^{-a\,(z-y)^2}$	 $a=0.1$ (stable)  $a=0.3$ (stable)
$e^{-a\,\lvert y-z+\log 2\rvert}$	 $a=0.2$  $a=1$ (stable)

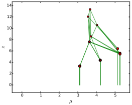
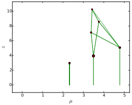
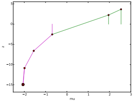
Noyau de prédation $\gamma(z-y-\mu)\,\frac{\gamma(z-y-\mu)}{\gamma(z-y-\mu)+\gamma(y-z-\eta)}$

λ	Réseaux trophiques		
$e^{-a\,(z-y)}$	 $a=0.2$	 $a=0.4$	 $a=1$

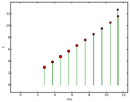
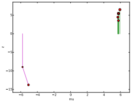
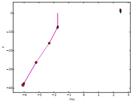
Noyau de prédation $\gamma(z-y-\mu)\,e^{-q\,z}$

λ	Réseaux trophiques		
$e^{-a\,(z-y)}$	 $a=0.2$	 $a=q=0.4$	 $a=1$

Noyau de prédation $\gamma(z-y-\mu)\,\frac{\gamma(z-y-\mu)}{\gamma(z-y-\mu)+\gamma(y-z-\eta)}$

λ	Réseaux trophiques		
$e^{-a\,(z-y)}$	 $a=0.2$	 $a=0.4$	 $a=1$

Noyau de prédation $\gamma(z-y-\mu)\,e^{-q\,z}$

λ	Réseaux trophiques		
$e^{-a\,(z-y)}$	 $a=0.2$	 $a=q=0.4$	 $a=1$

D'autres paramètres ont une importance :

- Variance du noyau de prédation σ_γ
- Probabilités de mutations en z et μ
- ...

Pour la suite....

- comprendre le rôle des différents mécanismes et paramètres dans l'évolution du réseau (probabilités de mutation, noyau de compétition,....)

Pour la suite....

- comprendre le rôle des différents mécanismes et paramètres dans l'évolution du réseau (probabilités de mutation, noyau de compétition,....)
- étude des fitness d'invasion

prédation $\gamma(z-y-\mu)$	conversion	compétition $\beta(z-y)$	mort $m(z)$
$\frac{C_\gamma}{\sqrt{2\,\pi}\,\sigma_\gamma}\,e^{-\frac{(z-y-\mu)^2}{2\,\sigma_\gamma^2}}$	$C_\lambda\,e^{-a\,(z-y)}$	$\frac{C_c}{\sqrt{2\,\pi}\,\sigma_c}\,e^{-\frac{(z-y)^2}{2\,\sigma_c^2}}$	$C_m\,e^{-q\,z}$

Fitness d'invasion de (y,η) dans l'équilibre (N^*,R^*) de (z,μ)

$$f(y,\eta,z,y) = \underbrace{C_\lambda\,e^{-a\,(y-z)}\,\gamma(y-z-\eta)\,N^*}_{\text{prédation de }(z,\mu)} + \underbrace{C_\lambda\,e^{-a\,y}\,\gamma(y-\eta)\,R^*}_{\text{conso. ressource}}$$

$$-\ \underbrace{\gamma(z-y-\mu)\,N^*}_{\text{mort par prédation de }(z,\mu)}\ -\ \underbrace{\beta(z-y)\,N^*}_{\text{compétition avec }(z,\mu)}\ -\underbrace{m(y)}_{\text{mort}}$$

$$\left.\frac{\partial f(y,\eta,z,y)}{\partial y}\right|_{(y,\eta)=(z,\mu)} = -\frac{z-\mu}{\sigma_\gamma^2}\,C_\lambda\,e^{-a\,z}\,\gamma(z-\mu)\,R^* + \frac{\mu}{\sigma_\gamma^2}\,(C_\lambda+1)\,\gamma(-\mu)\,N^*$$

$$-\,a\,C_\lambda\,[e^{-a\,z}\,\gamma(z-\mu)\,R^* + \gamma(-\mu)\,N^*] + q\,m(z)$$

$$\left.\frac{\partial f(y,\eta,z,y)}{\partial \eta}\right|_{(y,\eta)=(z,\mu)} = \frac{z-\mu}{\sigma_\gamma^2}\,C_\lambda\,e^{-a\,z}\,\gamma(z-\mu)\,R^* - C_\lambda\,\frac{\mu}{\sigma_\gamma^2}\,\gamma(-\mu)\,N^*$$

Pour la suite....

- comprendre le rôle des différents mécanismes et paramètres dans l'évolution du réseau (probabilités de mutation, noyau de compétition,....)
- étude des fitness d'invasion

prédation $\gamma(z-y-\mu)$	conversion	compétition $\beta(z-y)$	mort $m(z)$
$\frac{C_\gamma}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_\gamma}\, e^{-\frac{(z-y-\mu)^2}{2\,\sigma_\gamma^2}}$	$C_\lambda\, e^{-a\,(z-y)}$	$\frac{C_c}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_c}\, e^{-\frac{(z-y)^2}{2\,\sigma_c^2}}$	$C_m\, e^{-q\,z}$

Fitness d'invasion de (y,η) dans l'équilibre (N^*,R^*) de (z,μ)

$$f(y,\eta,z,y) = \underbrace{C_\lambda\, e^{-a\,(y-z)}\,\gamma(y-z-\eta)\,N^*}_{\text{prédation de }(z,\mu)} + \underbrace{C_\lambda\, e^{-a\,y}\,\gamma(y-\eta)\,R^*}_{\text{conso. ressource}}$$

$$- \underbrace{\gamma(z-y-\mu)\,N^*}_{\text{mort par prédation de }(z,\mu)} - \underbrace{\beta(z-y)\,N^*}_{\text{compétition avec }(z,\mu)} - \underbrace{m(y)}_{\text{mort}}$$

$$\left.\frac{\partial f(y,\eta,z,y)}{\partial y}\right|_{(y,\eta)=(z,\mu)} = -\frac{z-\mu}{\sigma_\gamma^2}\, C_\lambda\, e^{-a\,z}\,\gamma(z-\mu)\,R^* + \frac{\mu}{\sigma_\gamma^2}\,(C_\lambda+1)\,\gamma(-\mu)\,N^*$$
$$- a\,C_\lambda\,[e^{-a\,z}\,\gamma(z-\mu)\,R^* + \gamma(-\mu)\,N^*] + q\,m(z)$$

$$\left.\frac{\partial f(y,\eta,z,y)}{\partial \eta}\right|_{(y,\eta)=(z,\mu)} = \frac{z-\mu}{\sigma_\gamma^2}\, C_\lambda\, e^{-a\,z}\,\gamma(z-\mu)\,R^* - C_\lambda\,\frac{\mu}{\sigma_\gamma^2}\,\gamma(-\mu)\,N^*$$

- considérer des perturbations aléatoires du réseau (suppression d'une partie du réseau, ...)