

Des équations aux dérivées partielles au calcul scientifique

Congrès en l'honneur de Luc Tartar

à l'occasion de son sixantième anniversaire

Paris, Ancienne École Polytechnique, 2–6 juillet 2007

Séance inaugurale

Allocution de François Murat

Membre du comité d'organisation

I wish to welcome everybody to the conference *Des équations aux dérivées partielles au calcul scientifique*. This is an international conference, which is precisely why I will speak in French. J'espère que nos amis étrangers non francophones me pardonneront ; ils auront d'ailleurs le temps de savourer la langue de Shakespeare dans la suite du congrès puisque les conférences scientifiques auront lieu en anglais. Quoiqu'il en soit, je serai bref. Après moi, Roy Nicolaidès dira quelques mots (en anglais) puis nous aurons une pause café avant de passer aux choses sérieuses.

Je commence par me présenter, pour ceux qui ne me connaissent pas. Je m'appelle François Murat, je suis chercheur au Laboratoire Jacques-Louis Lions où Luc Tartar a commencé sa carrière, je suis un collaborateur et un ami de longue date de Luc et l'un des membres du comité d'organisation de ce congrès.

Le congrès est destiné à célébrer les 60 ans de Luc, et c'est un plaisir de nous retrouver ici si nombreux pour célébrer son anniversaire.

Le déroulement du congrès sera simple. Il consistera en 24 conférences plénières données par des spécialistes de tout premier plan des équations aux dérivées partielles sous leurs différents aspects : équations aux dérivées partielles, calcul des variations, analyse numérique, calcul scientifique. L'un des conférenciers, Michael Crandall, n'a pu venir pour des raisons de santé. Nous regrettons vivement son absence.

Le congrès a lieu dans un lieu hautement symbolique pour Luc. C'est actuellement le siège du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, que nous remercions pour avoir mis très généreusement ces locaux à notre disposition, mais c'était autrefois l'École Polytechnique, où Luc a été élève de 1965 à 1967 (il y a 40 ans). Il y a suivi dans cet amphithéâtre (le Poincaré) les cours d'analyse donnés par Laurent Schwartz, et dans l'amphithéâtre Gay-Lussac (où les conférences sont retransmises par videotransmission en raison du grand nombre de personnes inscrites au congrès) les cours d'analyse numérique donnés par Jacques-Louis Lions. L'amphithéâtre Poincaré a été remodelé, mais je vous

invite à aller jeter un œil à l'amphithéâtre Gay-Lussac, qui est resté tel qu'il était il y a 40 ans : bancs et tables de bois, perchoir d'où le capitaine de service surveillait les élèves, noms des grands anciens devenus professeurs inscrits sur les murs de l'amphithéâtre... c'était une autre époque.

Après avoir remercié le Ministère, je voudrais remercier les autres sponsors. Ils sont 19 au total, dont je ne réciterai pas la liste (vous la trouverez dans les documents écrits et sur le site web du congrès). Par leur généreux concours ils ont permis l'organisation de ce grand événement, et je les en remercie très chaleureusement au nom du comité d'organisation et j'en suis sûr de tous les participants.

Et maintenant je vais parler brièvement de l'œuvre de Luc et de son style de travail.

Comme Horace à la fin du troisième livre des Odes, Luc aurait pu dire, s'il aimait faire des citations latines (ce qui n'est pas son cas)

Exegi monumentum aera perennius

(J'ai élevé un monument plus durable que le bronze)

citation un peu pompeuse, mais qui traduit fidèlement ce que je pense de l'œuvre de Luc, et de la trace qu'elle laissera dans l'histoire des mathématiques. Et le congrès qui commence aujourd'hui est, je crois, à la mesure de cette œuvre.

Je voudrais seulement citer les domaines dans lesquels Luc a apporté des contributions majeures :

- l'interpolation,
- les problèmes elliptiques non linéaires en général, et en particulier les problèmes liés à la convergence faible,
- l'utilisation des mesures de Young,
- la compacité par compensation et l'homogénéisation des problèmes elliptiques,
- l'équation de Boltzmann avec un nombre fini de vitesses,
- les problèmes hyperboliques non linéaires, et en particulier sa nouvelle démonstration de l'existence d'une solution de l'équation de Burgers,
- les H -mesures,

problèmes auxquels Luc a apporté des contributions fondamentales qui ont changé la façon de les poser et de les résoudre. Je ne vais pas décrire en détail ces contributions et je vais me contenter de rapporter quelques souvenirs.

J'ai commencé à travailler avec Luc il y a plus de 35 ans, en 1970–1971, et il est l'une des personnes qui, avec Jacques-Louis Lions, m'a le plus marqué sur le plan mathématique. Je me rappelle, dans les années 1970, Luc passant de bureau en bureau à l'IRIA et à Paris VI, et demandant en entrant dans les bureaux : *est-ce que vous avez des problèmes à résoudre ?* ; et je me rappelle aussi cette remarque que, bien plus tard, dans les années 1990, m'a faite un jour Jacques-Louis Lions : *je ne comprends pas comment tu peux travailler avec Tartar, il trouve trop vite, c'est déprimant*. Il faut dire que travailler "avec" Luc n'a jamais été vraiment pour moi un travail où chacun apportait une part égale, comme vous allez pouvoir le voir maintenant ; je voudrais en effet terminer en racontant la naissance du lemme divergence-rotationnel, qui a été le germe de la compacité par compensation.

En ce temps là (c'était au printemps 1974 je pense), Luc et moi nous travaillions sur l'homogénéisation, qui ne s'appelait pas encore comme cela à l'époque car c'est Jacques-Louis Lions qui a popularisé ce nom à partir de 1975. Nous avions déjà pas mal de résultats partiels, des exemples, mais nous n'avions ni théorie ni méthode générale et complète, théorie et méthode que Luc devait mettre au point un an après.

Nous nous retrouvions toutes les semaines pour travailler ensemble, et je me souviens qu'un matin, quand nous nous sommes retrouvés, j'ai dit : *Luc, tu sais, il y a quelque chose, une relation bizarre entre les gradients et les divergences.* Ça a été ma contribution.

Alors Luc a effacé le tableau, et il a écrit :

Théorème

*Soit une suite u^n avec $u^n \rightharpoonup u^\infty$ dans $(L^2(\Omega))^3$ faible et $\operatorname{div} u^n$ borné dans $L^2(\Omega)$,
et soit une suite v^n avec $v^n \rightharpoonup v^\infty$ dans $(L^2(\Omega))^3$ faible et $\operatorname{rot} v^n$ borné dans $(L^2(\Omega))^3$;
alors $u^n v^n \rightharpoonup u^\infty v^\infty$ dans $\mathcal{D}'(\Omega)$.*

Puis il a tiré un trait, et il a écrit la démonstration par Fourier, comme s'il la connaissait pas cœur. Ensuite il s'est assis, et il a réécrit la démonstration sur une feuille de papier. C'était comme ça qu'on travaillait "en collaboration".

Je m'arrête là et je passe maintenant la parole à Roy Nicolaidis (que tout le monde appelle Nic), un autre membre du comité d'organisation du congrès, et aussi le chef du département de mathématiques de Carnegie Mellon University où Luc est maintenant professeur, qui va dire quelques mots sur la vie de Luc depuis qu'il nous a quittés pour s'installer de l'autre côté de l'Atlantique.