

CURRICULUM VITÆ

Nom : AKIAN

Prénoms : Marianne, Cécile, Marie-Josée

Date et lieu de naissance : 2 mars 1964 à Marseille

Nationalité : Française

Situation de famille : célibataire, vie maritale, 1 enfant

Adresse personnelle : 7 rue Edmond Roger, 75015 PARIS

Adresse professionnelle : CMAP, Ecole Polytechnique, Route de Saclay, 91128 Palaiseau Cedex, France

Numéro de téléphone : +33 1 45 67 69 37 (dom.), +33 1 69 33 46 39 (bur.)

Numéro de fax : +33 1 69 33 46 46

Adresse électronique : Marianne.Akian@inria.fr

Page Web personnelle : <http://www.cmap.polytechnique.fr/~akian/>

Titres universitaires français

Juillet 82 : Admission à l'**ENSJF** (Ecole Normale Supérieure de Jeunes Filles), section Sciences, groupe A, rang : 2ième.

Juin 83 : **Licence** de Mathématiques de l'Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), mention B.

Juin 83 : **Maîtrise** de Mathématiques (Mathématiques et applications fondamentales) de l'Université Pierre et Marie Curie, mention TB.

Juin 85 : **DEA** d'Analyse Numérique de l'Université Pierre et Marie Curie, comportant un stage sur *les perturbations singulières en contrôle stochastique* dirigé par A. Bensoussan (responsable du DEA : P.A. Raviart).

Juin 85 : Admission à l'**Agrégation** de Mathématiques, option Analyse Numérique, rang : 50ième.

2 avril 90 : **Thèse de Doctorat** (nouveau régime) de l'Université Paris IX-Dauphine, Spécialité : Mathématiques et Automatique ;

Titre : Méthodes multigrilles en contrôle stochastique ;

Directeur de thèse : Alain Bensoussan ;

Jury : Y. Meyer (président), A. Bensoussan, P.L. Lions (rapporteur), J.F. Maitre (rapporteur), O. Pironneau, J.P. Quadrat.

13 novembre 2007 : **Habilitation à Diriger des Recherches** de l'Université Pierre et Marie Curie, Spécialité : Mathématiques ;

Titre : Algèbre max-plus, applications monotones contractantes et équations aux dérivées partielles : trois approches du contrôle optimal ;

Rapporteurs : John Mallet-Paret, Geert Jan Olsder, Marc Quincampoix ;

Jury : Geert Jan Olsder, Marc Quincampoix, Nicole El Karoui, Albert Fathi, Pierre-Louis Lions (président), Jean-Pierre Quadrat, Alain Rouault, Sylvain Sorin.

Parcours professionnel

Sept. 82–Août 86 : Élève fonctionnaire à l'ENSJF.

Sept. 86–Sept. 88 : Assistant Normalien Doctorant de Mathématiques à l'Université Paris-IX-Dauphine.

Oct. 88–Sept. 90 : Chargée de recherche deuxième classe (CR2) à l'INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et Automatique) Domaine de Voluceau-Rocquencourt, BP 105, 78153 Le Chesnay Cédex.

Oct. 90–Déc. 07 : Chargée de recherche première classe (CR1) à l'INRIA Rocquencourt.

Jan. 08–Août 08 : CR1 à l'INRIA, Centre de Saclay Île-de-France, affectation au CMAP, École Polytechnique.

Sept. 08– : Directeur de Recherche deuxième classe (DR2) à l'INRIA Saclay Île-de-France.

1 Activités d'enseignement

(85/86) : Colles de Mathématiques en Mathématiques Spéciales M, au lycée St Louis (Paris).

(Sept. 86–Juin 88) : Enseignante à l'université Paris IX-Dauphine sous le grade d'Assistant Normalien Doctorant de Mathématiques (192 heures par an, pendant 2 ans). Cours dispensés : Travaux dirigés de Mathématiques en Deug Maths et Deug gestion première année. Travaux dirigés en Licence de Mathématiques : Fonctions Holomorphes (cours magistral : Yves Meyer).

(93/94) : Travaux dirigés en deuxième année à l'ENSTA (École Nationale Supérieure des Techniques avancées) : Automatique (cours magistral : Laurent El Ghaoui) (24 heures).

(97/98) : Cours de probabilités et processus stochastiques en deuxième année puis en première année à l'ISTM ("Institut Supérieur de Technologie et de Management", école d'ingénieur appelée maintenant "ESIEE Management") (15+16 heures). Ce cours avait pour but de préparer au cours suivant sur les files d'attente. Il comprenait une introduction aux variables aléatoires, aux chaînes de Markov dénombrables à temps discret et à temps continu. Polycopié consultable sur : <http://www.cmap.polytechnique.fr/~akian/publis/cours-probas-ISTM-98.ps>

(Sept. 97–Déc. 05) : Petites Classes du cours de Mathématiques 1 (calcul différentiel : optimisation sous contraintes, calcul des variations, intégrales premières) et Mathématiques 2 (intégration : intégrale de Lebesgue, Fourier, Laplace, convolutions) en première année à l'École des Mines de Paris (cours magistral : Francis Maisonneuve) (15+15 heures par année scolaire).

(08) : Cours de contrôle stochastique à temps discret du M2 Modélisation et Méthodes Mathématiques en Économie et Finance (MMMEF) de Paris 1. Résumé sur : http://www.univ-paris1.fr/formation/eco_gestion/ufr27/formations/master_math-economie-finance_maef/m2_modelisation_et_methodes_mathematiques_en_economie_et_finance_mmmef/structure_du_programme/optimisation_risques_et_recherche_operationnelle/article6758.html.

2 Activités de recherche

2.1 Thèmes de Recherche

Ma recherche touche à différents domaines des mathématiques et de l'automatique : probabilités, analyse numérique, équations aux dérivées partielles, systèmes dynamiques, algèbre linéaire, analyse convexe, théorie des treillis, contrôle optimal, systèmes à retards ; pour lesquels je me suis intéressée à établir des connections, telles que l'analogie entre probabilités et optimisation sous-jacente à la théorie des probabilités idempotentes. Elle a eu des motivations ou des applications diverses : gestion de portefeuille, commande moteur, rang des pages Web.

Plus précisément, pour une grande partie, mes travaux concernent ou sont reliés à l'étude de problèmes de contrôle optimal déterministe ou stochastique par la méthode de la programmation dynamique. Je les ai d'abord étudiés au moyen de techniques classiques d'équations aux dérivées partielles (analyse numérique, solutions de viscosité, applications en gestion de portefeuille), puis de techniques d'algèbre max-plus (probabilités idempotentes, méthode des éléments finis max-plus, grandes déviations en contrôle optimal), ou d'applications monotones contractantes au sens large (problème ergodique en contrôle stochastique et en théorie des jeux à somme nulle), ou enfin au moyen d'une combinaison de plusieurs de ces techniques (équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman dégénérées).

L'algèbre max-plus ou tropicale permet de voir les opérateurs de la programmation dynamique associés aux problèmes de contrôle optimal déterministe non actualisés comme des applications linéaires. Certains problèmes d'algèbre linéaire min-plus ou max-plus permettent donc de résoudre des problèmes de contrôle optimal. Plus généralement, les opérateurs de la programmation dynamique sont des applications monotones, contractantes au sens large pour la norme L^∞ , et le problème spectral pour de telles applications permet de résoudre les problèmes de contrôle optimal stochastique ou de jeux à somme nulle avec critère ergodique. Ceci nous a conduit à étudier certains problèmes d'algèbre linéaire max-plus ou de théorie de Perron-Frobenius non linéaire pour eux-même.

Les approches par algèbre max-plus ou applications monotones contractantes au sens large ont aussi inspiré des travaux qui n'ont pas de lien avec le contrôle optimal, tels que ceux sur les perturbations de valeurs propres, sur les caractérisations de principes de grandes déviations à la loi des grands nombres, ou sur le rang des pages web. Elles sont aussi apparues au détour de l'étude de certains systèmes à retard oscillants, obtenus après modélisation et contrôle de la richesse dans un pot catalytique.

Ces approches, que l'on peut voir comme une approche opératorielle sur la programmation dynamique, ont pris de plus en plus d'importance dans mes travaux de recherche, par rapport à l'approche par équations aux dérivées partielles, que je reprends cependant en combinaison avec l'approche opératorielle, dans certains de mes travaux récents.

Je détaille ci-dessous mes différents travaux passés, rangés par thème.

Algèbre max-plus, contrôle déterministe et asymptotiques

Systèmes linéaires max-plus : L'algèbre max-plus ou tropicale est le semi-corps idempotent obtenu en considérant l'ensemble $\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ muni de l'addition $(a, b) \mapsto a \# b = \max(a, b)$ et de la multiplication $(a, b) \mapsto a \times b = a + b$. Comme il n'existe pas d'opposés, les équations linéaires $x = Ax \# b$, $Ax = b$ et $Ax \# b = Cx \# d$ n'ont pas même nature. Je me suis intéressée à certains

de ces problèmes en dimension finie ou infinie, en relation ou non avec des problèmes de contrôle optimal. Avec Stéphane Gaubert (INRIA, équipe Maxplus), et Vassili Kolokoltsov (Warwick University) [J11, B6] nous avons obtenu des caractérisations de l’existence ou de l’unicité de la solution f à l’équation $Bf = g$, lorsque B est un opérateur max-plus linéaire de dimension infinie à noyau, ou de manière équivalente une conjugaison de Moreau, au moyen de la notion de sous-différentiel généralisé introduite en convexité abstraite. Ces caractérisations sont liées au problème d’affectation optimale [B11]. Avec Ivan Singer (Institut de Mathématiques, Bucarest) [J13] nous avons étudié la séparation par des formes min-plus linéaires. Dans un travail plus ancien publié sous le nom de “Max Plus” [J1, C3], nous avons construit une symétrisation de l’algèbre max-plus permettant la résolution d’équations linéaires par des formules de Cramer. Des formules de même nature sont apparues récemment en géométrie tropicale. Nous avons donc repris le travail sur ce sujet avec Stéphane Gaubert et Alexander Guterman (Université d’État de Moscou).

Théorie spectrale max-plus : En collaboration avec Stéphane Gaubert et Cormac Walsh (INRIA, équipe Maxplus), nous étudions le problème spectral $Au = \lambda u$, lorsque A est un opérateur max-plus linéaire de dimension infinie à noyau. Dans [B7] et [J18], nous utilisons et construisons des analogues max-plus de notions probabilistes telles que la tension et la frontière de Martin, afin d’obtenir des résultats de représentation des vecteurs propres. On montre en particulier que toute fonction harmonique (ou point fixe de A) s’écrit $u = \sup_{w \in \mathcal{M}^m} \nu(w) + w$ où \mathcal{M}^m est l’espace de Martin minimal et ν joue le rôle de la mesure spectrale. Dans [C19, P5], nous présentons des résultats similaires dans le cas de problèmes de contrôle à temps continu, ce qui peut être vu comme une généralisation de certains résultats de la théorie KAM faible (Fathi et Siconolfi, Contreras, Ishii et Mitake).

Probabilités idempotentes et grandes déviations : Si l’on considère la théorie de la mesure dans laquelle le semi-corps \mathbb{R}_+ est remplacé par un semi-anneau idempotent, on obtient la notion de mesure idempotente introduite par Maslov. Dans [J6], j’ai étudié la question de l’existence d’une densité pour une mesure idempotente. Les résultats de cet article ont permis la construction d’un formalisme pour l’optimisation analogue à celui des probabilités (travail en collaboration avec Jean-Pierre Quadrat (INRIA, équipe Metalau) et Michel Viot (CNRS, IMAG, Grenoble) [B3, C9, B5, R1, R2]). En particulier, les théorèmes limites associés aux distributions stables (loi des grands nombres et théorème de la limite centrale) fournissent des résultats de convergence en contrôle optimal. Dans un travail plus récent en collaboration avec Stéphane Gaubert et Vassili Kolokoltsov [C18], nous avons introduit la notion de forme quasi-max-plus-linéaire et leur convergence faible, ce qui permet de regrouper les notions de convergence en épigraphe ou de convergence de probabilités idempotentes, de grandes déviations et de taux de croissance en temps long de problèmes de contrôle stochastique. De plus, en utilisant les résultats de [J11, B6], nous obtenons des généralisations du théorème de Gärtner-Ellis, lequel caractérise l’existence d’un principe de grandes déviations d’une suite de probabilités au moyen des limites de leurs fonctions génératrices, qui permettent en particulier de traiter des problèmes de contrôle sensible au risque.

Méthodes max-plus en analyse numérique de problèmes de contrôle déterministe : Si l’on considère une équation d’Hamilton-Jacobi associée à la résolution d’un problème de contrôle optimal déterministe, les discrétisations classiques qui préservent la monotonie, par exemple les différences finies décentrées ou les discrétisations semi-lagrangiennes conduisent à rajouter de la

viscosité artificielle : l'équation approchée est l'équation de la programmation dynamique d'un problème de contrôle optimal stochastique. Nous avons cherché à développer des discrétisations de l'équation d'Hamilton-Jacobi qui préservent les propriétés du problème (déterminisme et linéarité max-plus). Dans la thèse d'Asma Lakhoua et dans [C16, C17, J16], une méthode des éléments finis max-plus a été introduite et étudiée. Elle fournit une alternative à la méthode max-plus de Fleming et McEneaney (2000), en ayant l'avantage de permettre des estimations d'erreurs systématiques en termes de projecteurs sur des espaces linéaires max-plus de fonctions.

Perturbation et calcul de valeurs propres : Soit \mathcal{A}_ϵ une matrice $n \times n$ admettant un développement en série de Puiseux par rapport à ϵ , dont le premier terme est donné par $(\mathcal{A}_\epsilon)_{ij} \sim a_{ij}\epsilon^{A_{ij}}$ avec $a_{ij} \in \mathbb{C}$ et $A_{ij} \in \mathbb{R}$. On sait que les valeurs propres et vecteurs propres admettent eux aussi un développement en série de Puiseux par rapport à ϵ . En collaboration avec Ravindra Bapat (Indian Statistical Institute, New Delhi) et Stéphane Gaubert [J5, C15, J14, S1], on a obtenu les développements au premier ordre des vecteurs propres et valeurs propres au moyen du théorème spectral min-plus appliqué à des matrices d'exposants (du même type que A), ou du problème d'affectation optimale. Les résultats de [C15, S1, J14] expliquent en particulier ceux de la théorie des perturbations singulières de valeurs propres de Višik, Ljusternik, et Lidskiĭ, et ils permettent aussi de résoudre des cas singuliers dans cette théorie.

Applications monotones contractantes convexes et contrôle optimal stochastique

Analyse numérique des équations aux dérivées partielles d'Hamilton-Jacobi-Bellman : Supposons donnée une discrétisation "classique" de l'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman telle que l'équation discrétisée s'interprète comme l'équation de la programmation dynamique d'un problème de contrôle stochastique à temps discret et espace d'état fini. Dans ma thèse [T1] (voir aussi [B1, B2]), je me suis intéressée au développement d'algorithmes rapides pour la résolution de l'équation discrète ainsi obtenue. J'ai introduit l'algorithme MGH consistant en l'algorithme d'itérations sur les politiques dans lequel la résolution exacte des équations linéaires sous-jacentes est remplacée par un certain nombre d'itérations multigrilles. Une alternative à cette méthode avait été développée à l'époque par Hoppe. Ces deux algorithmes ne convergent rapidement que lorsque la condition initiale de l'algorithme est proche de la solution. J'ai donc aussi développé l'algorithme FMGH qui utilise les mêmes principes que l'algorithme FMG, et montré en utilisant des arguments de principe du maximum, que celui-ci résout l'équation discrète avec la même précision que celle de la discrétisation et avec un temps de calcul de l'ordre du nombre de points de discrétisation, ce qui est le mieux que l'on puisse obtenir avec une implémentation séquentielle. Ces algorithmes ont été implémentés sous forme d'un générateur de programmes écrit en Macsyma, ce qui a permis de nombreux tests numériques.

Problèmes de contrôle optimal stochastique intervenant en gestion de portefeuille : L'algorithme FMGH ainsi que ses généralisations au cas d'équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman paraboliques et ergodiques ont permis la résolution de problèmes de gestion de portefeuille, en collaboration avec A. Sulem (INRIA, équipe Mathfi), José Luis Menaldi (Wayne State University), Michael Taksar (University of Missouri), Pierre Séquier (CCF, au moment des travaux), et Adnan Aboulalaa (stagiaire d'option de l'X au moment des travaux) [J2, J3, J8, C4, C6, C7, C8]. Les applications traitées concernaient des problèmes de gestion de portefeuille avec des critères différents : on montre l'existence et l'unicité des solutions de viscosité de l'inéquation variationnelle associée au

problème, et on résout numériquement l'inéquation variationnelle au moyen de l'algorithme FMGH. Certains de ces travaux ont fait l'objet d'un contrat avec le CCF. Dans [J8], on montre aussi un résultat d'unicité à constante additive près de la solution de l'inéquation variationnelle associée au problème de maximisation du taux de croissance en temps long du portefeuille, dont la preuve utilise les idées de [J12].

Théorie spectrale d'applications monotones contractantes convexes : Avec Stéphane Gaubert, nous avons étudié les vecteurs propres d'applications monotones additivement homogènes et convexes sur \mathbb{R}^n [C14, J12]. En s'inspirant de la théorie spectrale max-plus, on introduit la notion de graphe critique de telles applications, et on montre en particulier que l'espace propre est isomorphe à un convexe de dimension au plus égale au nombre de composantes fortement connexes du graphe critique. Ce résultat permet d'obtenir toutes les politiques optimales stationnaires du problème de contrôle stochastique ergodique associé. Avec Stéphane Gaubert et Bas Lemmens (Warwick University, UK) [P4], nous généralisons ce résultat au cas d'applications monotones convexes qui sont contractantes au sens large pour une norme polyédrale, ou plus généralement qui admettent un point fixe stable. Avec Benoît David (stage de Master et début de thèse) et Stéphane Gaubert, nous avons obtenu un résultat de représentation similaire au théorème spectral convexe ci-dessus pour les solutions stationnaires de certaines équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman dégénérées [J17].

Applications monotones contractantes

Vecteurs propres et itérées d'applications monotones contractantes : En collaboration avec Stéphane Gaubert, Bas Lemmens et Roger Nussbaum [J15], nous avons montré que les orbites bornées d'applications monotones sous-homogènes d'un cône polyédral dans lui-même convergent vers une orbite périodique dont nous bornons (de manière optimale) la longueur. Dans un travail en cours, en collaboration avec Stéphane Gaubert et Roger Nussbaum (Rutgers University) [P2, P3], nous généralisons le cas d'unicité du théorème spectral convexe de [J12] au cas d'applications monotones additivement homogènes non nécessairement convexes.

Étude de quelques systèmes à retard oscillants : En collaboration avec Pierre-Alexandre Bliman (INRIA Rocquencourt), Michel Sorine (INRIA Rocquencourt) et Sophie Bismuth (Post-doc à l'INRIA Rocquencourt au moment des travaux) [C10, C11, J7, J9, J10], nous avons étudié certains systèmes à retard dont le comportement est oscillatoire. On s'intéressait à des systèmes avec retard et relais ou plus généralement avec retard et discontinuités, bouclés par une loi de "feedback" proportionnelle-intégrale, lesquels permettent de modéliser le contrôle de richesse dans un pot catalytique. Dans le cas d'un système à retard et relais, nous avons obtenu des résultats de type contrôle des oscillations, identification et rejet des perturbations. L'étude de la commande proportionnelle, déjà traitée en partie dans les travaux de L. Fridman, Shustin et E. Fridman, a été menée jusqu'au bout : infinité dénombrable de solutions périodiques, convergence en temps fini vers une solution périodique stabilité asymptotique de la solution périodique la plus lente et instabilité de toutes les autres. L'étude de chaque solution périodique et de sa stabilité se ramène à l'étude des points fixes et des itérations d'applications contractantes (au sens large) pour la norme ℓ^1 sur l'espace des suites finies ou infinies.

Un modèle de parcours auto-validant du Web : Avec Stéphane Gaubert, et Laure Ninove (doctorante de l’UCL, Belgique) [B9, J19], nous avons introduit et étudié un nouveau rang des pages Web calculé comme le “PageRank” classique, à partir du graphe du Web, mais tenant compte du fait qu’un visiteur du Web peut avoir une idée a priori de la valeur des pages, dépendant du rang déjà connu. On définit ainsi un T -PageRank (où T est une température) comme la mesure invariante de la chaîne de Markov non homogène et non linéaire sous-jacente. Celui-ci apparaît alors comme le point fixe d’une application non linéaire. Dans le cas d’une température élevée, les techniques d’applications monotones contractantes permettent de montrer que le T -PageRank est unique. Par contre, si la température est petite, il peut exister plusieurs T -PageRanks, qui dépendront de la croyance initiale, c’est-à-dire du PageRank initial. Ainsi, des effets autovalidants apparaissent.

2.2 Programme de Recherche

Comme indiqué plus haut, les applications monotones contractantes au sens large et le cas particulier des applications max-plus linéaires, apparaissent dans des problèmes variés et à plusieurs niveaux de modélisation :

- comme opérateurs de la programmation dynamique de problèmes de contrôle optimal ou de jeux à somme nulle (déterministes ou stochastiques), le cas max-plus linéaire correspondant aux problèmes de contrôle optimal déterministe non actualisés. Les problèmes de contrôle optimal ou de jeux permettent eux-même de modéliser divers problèmes d’optimisation dynamique : gestion de portefeuille, gestion de stock, de barrage,..., optimisation de files d’attentes, de réseaux,...
- comme flots de systèmes dynamiques discrets induits par des systèmes dynamiques à retard discontinus (par exemple à relais). Un cas particulier où le retard dépend de l’état conduit à un opérateur max-plus linéaire (cf. les travaux de Mallet-Paret et Nussbaum).
- comme opérateur de transition d’une chaîne de Markov non linéaire permettant notamment de modéliser les déplacements d’un visiteur du Web.

Elles apparaissent aussi :

- comme flots ou semi-groupes de certaines systèmes dynamiques, en particulier ceux modélisant la dynamique de populations en coopération ou de 2 groupes de populations en compétition (cf. Smith et Hirsch).
- en analyse statique de programme par interprétation abstraite (cf. les travaux de S. Gaubert (INRIA, équipe MAXPLUS) avec le groupe d’E. Goubault du CEA).
- en systèmes à événements discrets ou réseaux de Petri, le cas max-plus linéaire apparaissant dans le cas de phénomènes de synchronisation (cf. le livre de Baccelli, Cohen, Olsder, Quadrat).

Je tiens à moyen et long terme à développer à la fois les fondements, les algorithmes et les applications de l’algèbre max-plus et de ses généralisations tels que la théorie des systèmes monotones, en relation avec les problèmes de contrôle optimal stochastique et éventuellement de jeux à somme nulle, notamment en combinaison avec l’approche par équations aux dérivées partielles.

J’aimerai en particulier revenir aux applications en mathématiques financières en combinaison avec les résultats récents fondamentaux que j’ai développé. J’aimerai aussi explorer d’autres applications des techniques sur lesquelles j’ai travaillé, telles que la dynamique de populations. J’aimerai aussi développer à nouveau des solveurs numériques pour résoudre les EDP d’Hamilton-Jacobi-Bellman.

Fondements

Vecteurs propres et itérations d'applications monotones contractantes et contrôle optimal : Les problèmes de contrôle optimal ou de jeux à somme nulle (déterministes ou stochastiques) ergodiques consistent à optimiser un coût ou un taux moyen en temps long. Ils s'étudient au moyen du problème spectral pour un opérateur de la programmation dynamique, donc pour une application monotone, contractante au sens large, qui peut être éventuellement max-plus linéaire : la valeur du problème ergodique correspond à la valeur propre de l'opérateur. Les politiques optimales stationnaires du problème ergodique sont sélectionnées par les vecteurs propres. Ces derniers peuvent également être interprétés en termes de "prix". L'étude des itérées d'applications monotones contractantes permet d'analyser l'algorithme d'itération sur les valeurs du problème de contrôle. Il apparaît donc fondamental d'étudier la structure de l'espace propre et les itérées d'opérateurs ou de semi-groupes d'opérateurs monotones contractants. On peut s'inspirer pour cela des résultats existants dans le cas particulier max-plus linéaire, ou dans certains cas convexes. Comme indiqué plus haut, dans le cas du temps et de l'espace continu, on essaiera de combiner les approches par applications monotones contractantes et par équations aux dérivées partielles, au moyen notamment de la notion de solution de viscosité : au lieu d'utiliser les propriétés du semi-groupe d'évolution d'une équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman, on montrera ces propriétés directement sur l'équation.

On cherchera en particulier à

- obtenir des résultats de type Aubry-Mather/KAM faible pour le contrôle stochastique, dans le même esprit que ceux de [J17, P6]. Il s'agit de définir un analogue stochastique du graphe critique ou de l'ensemble d'Aubry au moyen soit du semi-groupe d'évolution du problème de contrôle stochastique, soit de l'hamiltonien. Ceci permettrait d'étudier des problèmes de finance dans lesquels les bruits sont dégénérés.
- construire une frontière de Martin pour les problèmes de contrôle stochastique à espace d'état non compact, en s'attaquant d'abord au cas discret en temps, et en s'inspirant de la frontière de Martin usuelle et de la frontière de Martin max-plus construite dans [J18]. La frontière de Martin permet d'étudier les stratégies de "fuite en avant". Cette extension serait utile encore une fois pour les problèmes de finance, mais aussi pour des problèmes de files d'attentes transientes.
- obtenir un résultat d'unicité pour les solutions stationnaires d'équations d'Isaacs associées aux problèmes de jeux à somme nulle en s'inspirant des résultats obtenus dans le cas de vecteurs propres d'applications monotones homogènes semi-différentiables [P3]. Ces travaux seraient utiles en contrôle sensible au risque.

Probabilités idempotentes, grandes déviations et algèbre linéaire : Les résultats développés autour de l'équation max-plus linéaire $Bf = g$ en dimension infinie dans [B6] ont conduit à des caractérisations de grandes déviations ou de limites de problèmes de contrôle stochastique généralisant le théorème Gärtner-Ellis [C18]. Ils ont à la fois renouvelé le développement de la théorie des probabilités idempotentes et fourni des directions d'applications potentielles dans le domaine du contrôle stochastique et des mathématiques financières. J'aimerais donc approfondir cette direction de recherche en cherchant d'abord à :

- appliquer le théorème de Gärtner-Ellis généralisé [C18] dans des situations complexes de grandes déviations ou de contrôle sensible au risque, et en particulier en gestion de portefeuille.
- développer une version équations aux dérivées partielles de ce résultat, afin en particulier de

traiter directement les problèmes limites en contrôle stochastique sur l'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman.

Une autre direction liée à la précédente consiste à étudier les relations entre le problème $Bf = g$, le problème d'affectation en dimension infinie et le problème de Monge-Kantorovitch.

Perturbations de valeurs propres à base d'algèbre max-plus : Le problème du calcul des asymptotiques de la valeur propre de Perron qui avait été traité partiellement dans [J5] est lié à la méthode de l'opérateur de transfert en Mécanique Statistique. Dans le cas général, les problèmes de Mécanique Statistique nécessitent le calcul d'une valeur propre de Perron d'une matrice dont la taille tend vers l'infini, ou est dénombrable. Il serait donc utile à long terme d'étendre les résultats sur les perturbations de valeurs propres de [J5, S1, J14] au cas de la dimension infinie.

Algorithmes, Analyse numérique

Analyse numérique des équations de la programmation dynamique :

- Les résultats de la thèse d'Asma Lakhoua (voir plus haut) ont laissé ouverts plusieurs problèmes : le caractère plein de la discrétisation limite la dimension de l'espace d'état, les conditions aux limites possibles ne sont pas assez générales, les estimées d'erreurs nécessitent une régularité Lipschitz et semi-convexe de la solution. Un couplage entre la méthode des éléments finis max-plus et des méthodes directes ou de Pontryagin devrait permettre d'éliminer certains de ces obstacles. Il faudrait aussi obtenir des résultats de convergence plus faible, afin d'éliminer la condition de régularité de la solution.
- L'implémentation des algorithmes efficaces que j'avais développé pendant et peu après ma thèse pour les problèmes de contrôle stochastique n'est plus utilisable faute de machine les supportant. Depuis une méthode combinant itérations sur les politiques, méthodes multigrilles algébriques et apprentissage a été développée par Ziv et Shimkin (05). De plus, des algorithmes d'itérations sur les politiques pour les jeux stochastiques à somme nulle ergodiques ont été introduits par Cochet-Terrasson et Gaubert (06). Il serait donc envisageable de combiner ces diverses techniques (multigrilles algébriques, itérations sur les politiques pour les jeux à somme nulle et/ou apprentissage) afin de construire des algorithmes efficaces pour les problèmes de jeux à somme nulle. Les algorithmes pourraient alors s'appliquer à des problèmes discrets en temps et espace ou à des discrétisations classiques ou par éléments finis max-plus.

Calcul numérique précis de valeurs propres : Les preuves des résultats de [S1, J14] font appel à des changements de variable diagonaux, qui permettent de changer d'échelle et de se concentrer autour d'un ordre de grandeur de valeur propre. Ceci suggère que l'on pourrait utiliser le même genre de changement d'échelle pour améliorer la précision du calcul numérique de valeurs propres de matrices ayant des coefficients d'ordre de grandeur variables. Il faudrait soit combiner ce "préconditionnement" avec les méthodes classiques QR ou QZ de calcul numérique de valeurs propres, soit adapter la méthode QR ou QZ. Cette direction de recherche a commencé à être explorée au cours de stages de M2.

Applications

Mathématiques financières : Plusieurs applications peuvent être développées en relation avec les travaux fondamentaux décrits précédemment.

- Une première direction de recherche consiste à développer les résultats sur les vecteurs propres de semi-groupes de la programmation dynamique associés aux problèmes de contrôle stochastique en interaction avec certains problèmes de gestion de portefeuille. En effet ces problèmes soulèvent souvent des difficultés dues à l’existence de frontières libres (inéquations variationnelles ou quasi-variationnelles).
- Une deuxième direction de recherche est fournie par l’application potentielle du théorème de Gärtner-Ellis généralisé [C18] à des problèmes de maximisation de la probabilité qu’un portefeuille dépasse un certain seuil de croissance. Ces problèmes ne peuvent être traités directement comme des problèmes de contrôle ergodique classiques, et le théorème de Gärtner-Ellis permet de passer par une famille de problèmes de contrôles plus “réguliers” qui sont donnés par des critères sensibles au risque.
- Une dernière direction peut venir d’une interaction avec N. El Karoui (CMAP) et A. Meziou autour de leurs travaux sur la décomposition max-plus des surmartingales et l’application aux options américaines, et autour du travail de Paul Poncet qui débute une thèse sous ma direction sur l’application des mesures idempotentes (mesures maxitives) aux processus max-stables et à la théorie des valeurs extrêmes.

Dynamique des populations : Certains modèles de dynamique des populations font intervenir des systèmes dynamiques $\dot{x} = f(x)$ non-linéaires, l’application f jouissant de certaines propriétés de monotonie, qui induisent une monotonie du flot associé. C’est le cas en particulier pour certains modèles faisant intervenir des populations en coopération ou 2 groupes de populations en compétition. Les résultats classiques (à la Smith, ou Hirsch) développés dans ce cadre pourraient être revisités à la lumière des résultats de nature plus combinatoire obtenus dans la littérature pour le cas des systèmes dynamiques monotones à temps discret tels que le théorème spectral convexe [J12], ce qui devraient conduire à des résultats nouveaux.

2.3 Développement logiciel

Générateur de programmes de résolution de problèmes de contrôle stochastique : Le système expert *Pandore* développé de 83 à 90, dans le projet Théosys puis Méta2 de l’INRIA Rocquencourt, sur la machine lisp Symbolics, automatisait la résolution de tout problème de contrôle de diffusions par la méthode de la programmation dynamique, c’est-à-dire par la résolution de l’équation aux dérivées partielles d’Hamilton-Jacobi-Bellman correspondante (sous la condition que l’espace des états n’était pas trop compliqué) : choix des méthodes numériques, génération du programme Fortran de résolution numérique, génération des courbes et du rapport en \LaTeX avec références et résolution théorique (existence et unicité) de l’équation. *Pandore* a été écrit en plusieurs langages qui interagissaient entre eux sur la machine Symbolics : Lisp, Macsyma, Prolog. J’ai pour ma part écrit (seule), durant et après ma thèse, un générateur de programmes (environ 3700 lignes de Macsyma), générant des programmes Fortran de résolution numérique d’équations d’Hamilton-Jacobi-Bellman ou d’inéquations variationnelles, elliptiques, paraboliques ou ergodiques, par l’algorithme FMGH (Full-Multigrid-Howard), lui-même introduit et étudié dans mon travail de thèse [T1]. Cet algorithme, basé sur l’algorithme de Howard (appelé aussi itérations sur les politiques) et sur les méthodes multigrilles, calcule la solution en un temps de l’ordre du nombre de points de discrétisation (la convergence et la complexité de l’algorithme sont étudiés dans [T1], voir aussi [B1, B2]).

Le générateur de programmes que j'ai écrit, génère un programme adapté à chaque problème de contrôle stochastique, en fonction des données, et en utilisant les facilités du calcul formel. Cela a permis notamment la réalisation de tests systématiques dont les résultats sont présentés dans [T1].

Le prix élevé et la disparition ensuite de la machine Symbolics, ainsi que la non existence d'une machine comparable, a empêché la diffusion de Pandore et donc de mon programme. Elle a aussi empêché son utilisation (sauf exception) par d'autres personnes que moi.

Quelques personnes m'ont toutefois demandé de générer des programmes pour eux. En particulier, des programmes générés ont été utilisés par P. Carpentier pour la résolution de problèmes de gestion de raffinerie (contrat ELF-Ecole des Mines, 1989).

J'ai ensuite utilisé (ou fait utiliser) mon programme pour la résolution de problèmes de gestion de portefeuille au cours de travaux en collaboration avec A. Sulem et respectivement J.L. Menaldi, P. Séquier du CCF, et M. Taksar. Des programmes ont notamment été générés et adaptés par A. Aboulalaa pour la réalisation de son stage de fin d'année de l'X, dirigé conjointement par le CCF, A. Sulem et moi-même en juin 1993. D'autres programmes générés ont ensuite été fournis au CCF à la suite d'un contrat établissant une collaboration entre l'INRIA et le CCF pour l'année 1994.

Divers logiciels : Certains travaux de thèse ou de stage que j'ai co-encadrés ont inclu la programmation d'algorithmes en Scilab, C ou C++, la plupart pour la résolution de problèmes de contrôle optimal. En particulier dans son travail de thèse, Asma Lakhoua a réalisé un code en Scilab puis en C pour la résolution de problèmes de contrôle déterministe par la méthode des éléments finis max-plus. Au cours de leurs stages de Btech, Shantanu Gangal et Prakhar Goyal ont réalisés des programmes C++ pour la résolution de problèmes de contrôle stochastique ou de jeux à somme nulle à temps discret avec ou sans actualisation.

2.4 Encadrement d'activités de recherche

Stages

(93) : Stage d'option de l'X de A. Aboulalaa : coencadrement avec A. Sulem et le CCF, sujet : résolution numérique d'un problème de gestion de portefeuille à horizon fini.

(99) : Stage de DEA (Optimisation, Jeux et Modélisation en Economie, Paris VI) de Karin Blin : coencadrement avec F. Bonnans (INRIA, équipe Commands) et Eurocontrol, sujet : détection stochastique de conflit pour le contrôle du trafic aérien.

(03) : Stage de DEA (Optimisation, Jeux et Modélisation en Economie, Paris VI) d'Asma Lakhoua : coencadrement avec S. Gaubert sujet : résolution numérique de problèmes de contrôle optimal déterministe et algèbre max-plus.

(05) : Stage de DEA (Optimisation, Jeux et Modélisation en Economie, Paris VI) de Sylvain Corlay : coencadrement avec S. Gaubert et Papa Momar Ndiaye (Raise Partner Sas), sujet : méthodes min-plus pour le calcul de valeurs propres et applications en optimisation de portefeuille.

(06) : Stage de M2 (Mathématiques appliquées de l'USTL, Lille) de Matthieu Chretien : coencadrement avec S. Gaubert, sujet : optimisation combinatoire appliquée au calcul de valeurs propres.

(06) : Stage de M2 (Spécialité Optimisation et Théorie des Jeux - Modélisation en Économie, du M2 Mathématiques et Applications, Paris VI) de Benoît David : coencadrement avec S. Gaubert, sujet : solutions de viscosité stationnaires d'équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman.

(05-06) : Mémoire de M2 (Spécialité probabilités et applications, du M2 Mathématiques et Applications, Paris VI) de Paul Poncet : coencadrement avec F. Baccelli (INRIA, équipe Trec, et ENS), sujet : “maxitive integration and Radon-Nikodým theorem”.

(07) : Stage de Btech de Shantanu Gangal (IIT Bombay) dans le cadre du programme “INRIA international internships” : sujet : “multigrid methods for solving large scale stochastic games”.

(07) : Stage de Btech de Prakhar Goyal (IIT Bombay) dans le cadre du programme “INRIA international internships” : coencadrement avec S. Gaubert, sujet : “policy iteration algorithms for semi-Markov games with an application to a portfolio optimization problem”.

(07) : Stage de M2 (Spécialité Analyse Numérique et Équations aux dérivées partielles, du M2 Mathématiques et Applications, Paris VI) d’Adrien Brandejsky : coencadrement avec S. Gaubert, sujet : algorithmes max-plus pour le calcul précis de valeurs propres.

(07) : Stage de PPL de l’ENSTA de Jean-Paul Poveda : coencadrement avec S. Gaubert et Laure Ninove (UCL), sujet : analyse du T -pagerank.

(08) : Stage de M2 (Parcours Finance quantitative du M2 MMMEF, Paris 1) de Mamadou Ibrahima Kone, sujet : gestion de portefeuille avec critère sensible au risque et itération sur les politiques.

(08) : Stage d’option de l’X de Armin Morabbi, sujet : solutions de viscosité d’équations d’Hamilton-Jacobi-Bellman associées à des problèmes de gestion de portefeuille avec critère sensible au risque.

Postdocs

(juin 99–fév. 00) : Postdoc de Sophie Bismuth à l’INRIA : coencadrement avec P.A. Bliman (INRIA, équipe Sisyphe), thème : analyse des oscillations de systèmes à relais et retard.

(sept. 01–déc.02) : Postdoc de Cormac Walsh à l’INRIA : coencadrement avec S. Gaubert, thème : étude de l’espace propre d’opérateurs max-plus linéaires en dimension infinie “dénombrable”.

Thèses

(99–00) : Participation à l’encadrement du début de **thèse** (Paris VI) de Karin Blin, effectuée sous la direction de F. Bonnans (INRIA, équipe Commands), sujet : détection et résolution de conflits en contrôle aérien.

(03–07) : Coencadrement de la **thèse** en co-tutelle (Paris VI et ENIT) d’Asma Lakhoua, coencadrement avec S. Gaubert (directeur de thèse pour Paris VI) et Henda El Fekih (LAMSIN, ENIT, Tunis, directrice de thèse pour l’ENIT), sujet : résolution numérique de problèmes de contrôle optimal déterministe et algèbre max-plus (suite du stage indiqué ci-dessus). Soutenance le 17 décembre 2007, membre du jury.

(06–07) : Coencadrement du début de **thèse** (Paris VI) de Benoît David : coencadrement avec S. Gaubert (directeur de thèse), sujet : solutions de viscosité stationnaires d’équations d’Hamilton-Jacobi-Bellman (suite du stage indiqué ci-dessus). Malgré un très bon début de thèse, Benoît David a préféré prendre son poste d’agrégé en Septembre 2007.

(07–) : Encadrement (et directeur) de la **thèse** (École Polytechnique) de Paul Poncet, sujet : mesures maxitives, processus max-stables et théorie des valeurs extrêmes (suite du stage indiqué)

ci-dessus).

(08–) : Encadrement (et directeur) de la **thèse** (École Polytechnique) de Sylvie Detournay, sujet : méthodes multigrilles en contrôle optimal ergodique.

2.5 Collaborations soutenues qui ont donné lieu à des articles parus ou en préparation (rangées dans l'ordre du début de collaboration)

- J.-P. Quadrat (INRIA, projet Metalau) : sujet de thèse, probabilités idempotentes.
- A. Sulem (INRIA, projet Mathfi) : gestion de portefeuille (articles et contrat avec le CCF).
- S. Gaubert (INRIA, projet Maxplus) : Algèbre max-plus, applications contractantes au sens large, perturbations de valeurs propres, co-direction de thèses.
- R. Bapat (Indian Statistical Institute, New Delhi) : Perturbations de valeurs propres.
- P.-A. Bliman (INRIA, projet Sisyphe) : Systèmes à retards.
- V. Kolokoltsov (Warwick University) : Mesures idempotentes, algèbre linéaire max-plus, applications aux grandes déviations.
- R. Nussbaum (Rutgers University) : Systèmes à retards, applications monotones contractantes au sens large.
- C. Walsh (INRIA, projet Maxplus) : Vecteurs propres max-plus en dimension infinie.
- B. Lemmens (Warwick University) : Itérations d'applications monotones contractantes au sens large.

2.6 Participation à des coopérations internationales

(Sept. 96–Sept. 00) : Projet EC-TMR ALAPEDES (“The ALgebraic Approach to Performance Evaluation of Discrete Event Systems”), cf. <http://www.cs.rug.nl/~rein/alapedes/>.

(Sept. 00–Mars 02) : Coopération NSF–INRIA sur le thème *contrôle des oscillations de systèmes à relais et retard*. Responsables coté INRIA : Marianne Akian et Pierre-Alexandre Bliman, responsable coté NSF : Roger Nussbaum (Rutgers University).

(Janv. 04–Déc. 05) : Projet Universités tunisiennes–Inria 04/I06 sur le thème *méthodes numériques pour le contrôle optimal et applications en finance*. Responsable coté INRIA : Stéphane Gaubert, responsable coté tunisien : Henda El Fekih (LAMSIN, ENIT, Tunis).

(06–08) : RFBR-CNRS grant 05-01-02807. Coopération avec l'équipe de G. Litvinov/ V. Maslov (Université indépendante de Moscou, Laboratoire Poncelet).

2.7 Participation à des actions nationales

(96–00) : Groupe de travail “Algèbres tropicales et applications aux Systèmes à Événements Discrets et à la Commande Optimale” commun aux GdR-PRC AMI (Algorithmes, Modèles, Infographie) et Automatique. Responsables : Stéphane Gaubert et Jean-Jacques Loiseau.

(99–00) : ARC (Action de Recherche Coopérative) MADDES entre les projets INRIA Trio-Loria, Meta2 et Mistral. Responsable : Bruno Gaujal (Trio-Loria au moment de l'ARC).

(00–) : Groupe de travail thématique “Systèmes à retards” du GdR Automatique. Responsables : Jean-François Lafay et Jean-Pierre Richard (jusqu'à 2001), Olivier Sename et Michel Dambrine (depuis 2002).

2.8 Valorisation et transfert technologique

(94) : Co-responsable avec A. Sulem (INRIA, projet Méta2, à l'époque du contrat) d'un contrat établissant une collaboration entre l'INRIA et le CCF pour l'année 1994, pour la résolution de problèmes de gestion de portefeuille à horizon fini (maximisation du capital final). Ce contrat s'est conclu sur les articles [C6, C7]. Les programmes Fortran générés ont été fournis au CCF, conformément au contrat.

(99–00) : Participation à l'encadrement du stage de DEA effectué à Eurocontrol et d'une partie de la thèse de Karin Blin effectuée à l'INRIA, sous la direction de F. Bonnans (INRIA, équipe Commands) et financée par Eurocontrol [C12, C13].

2.9 Invitations dans des laboratoires

Visites d'une semaine chez J. Gunawardena (BRIMS, HP-Labs, Bristol, 2000), R. Nussbaum (Rutgers University, 2001 et 2002), V. Kolokoltsov (Nottingham Trent university, 2002 et 2005), et H. El Fekih (ENIT, Tunis, 2004 et 2005), G. Litvinov (Laboratoire Poncelet, Université indépendante de Moscou, 2006).

2.10 Exposés de colloques et groupes de travail

- Conférence sur l'analyse et l'optimisation des systèmes, Antibes, 1988. Présentation de [B1].
- Conférence sur l'analyse et l'optimisation des systèmes, Antibes, 1990. Présentation de [B2].
- “2nd International Conference on Industrial and Applied Mathematics”, Washington, DC, USA, Juillet 91. Exposé : “On the numerical approximation of the Hamilton-Jacobi-Bellman Equation”.
- Premières journées de Mathématiques Appliquées, Rabat, Maroc, 15-17 juillet 92. Exposé : “Application des méthodes multigrilles en contrôle stochastique”.
- “IFIP conf. on System Modelling and Optimization”, Prague, 10-14 Juillet 95. Présentation de [C9].
- Ecole d'été de calcul des probabilités, St-Flour, Août 96. Exposé : “Des processus stochastiques au contrôle optimal : algèbre ou grandes déviations?”.
- Groupe de travail Algèbres tropicales (GdR/PRC AMI et Automatique), Paris, 17 mars 97. Exposé : “Des probabilités à l'optimisation : algèbre et grandes déviations”.
- Journée AMI, CIRM, Marseille, 5 septembre 97. Exposé : “Asymptotiques en théorie de Perron-Frobenius : des chaînes de Markov aux chaînes de Bellman”.
- Conférence ALAPEDES, Waterford, Irlande, 10 septembre 97. Exposé : “Limit theorems for Markov chains and Bellman chains”.
- Conférence ALAPEDES, Cagliari, Italie, 29 août 98. Exposé : “Asymptotics of the Perron eigenvalue and eigenvector using Max-algebra”.
- Workshop “Analyse Idempotente et ses applications” (projet INTAS), Caen, 20-21 Janvier 99. Exposé : “Asymptotics of the Perron Eigenvalue and Eigenvector Using Max-algebra”.
- HP-Microsoft Workshop “Random matrices, percolation and queues” Bristol, UK, 11-15 Septembre 2000. Exposé : “Max-plus probabilities and large deviations”.
- Groupe de travail “Systèmes à retards” (GdR Automatique), Paris, 20 avril 2001, Première partie d'un exposé avec F. Clément (INRIA, équipe Sisyphe) : “Commande d'un système simple avec sortie discontinue retardée. Lien avec la régulation de la pression artérielle”.

- “SIAM conference on control and its applications”, San Diego, USA, 11–14 Juillet 2001. Exposé : “Structure of the Set of Solutions of a Discrete Ergodic Dynamic Programming Equation”.
- “Satellite Workshop on Max-Plus Algebras, IFAC SSSC’01”, Prague, 29–31 Août 2001. Présentation de [C15].
- ”International Workshop on Idempotent Mathematics and Mathematical Physics”, Vienne, 3–10 fev. 2003. Exposé : “Perturbation of eigenvalues and min-plus algebra”.
- ”International Workshop on Max-algebra”, Birmingham, UK, 30 juin–3 juil. 2003. Exposé : “Iterates of semidifferentiable monotone homogeneous maps”.
- Conférence “Méthodes numériques pour les équations HJB en contrôle optimal et applications”, ENSTA, 11–12 sept. 2003. Exposé : “Discretizations of Hamilton-Jacobi equations and max-plus algebra”
- Conférence ”Set-Valued Analysis” pour le 65ieme anniversaire de Jean-Pierre Aubin, Roscoff, Juin 2004. Exposé : “Iterates of semidifferentiable monotone non-expansive maps and zero-sum repeated games”.
- “8th International Symposium on Generalized Convexity and Generalized Monotonicity”, Varese, Italie, Juillet 2005. Exposé : “Invertibility of Moreau conjugacies with application to large deviations”.
- CDC-ECC’05 (44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference ECC 2005), Seville, Espagne, Décembre 2005. Présentation de [C18].
- “New Trends in Viscosity Solutions and Nonlinear PDEs”, July 24–28, 2006, Lisbon, Portugal. Exposé : “Eigenvectors of convex, order preserving, additively homogeneous maps and stationary viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations”.
- POSTA’06, 30 août–1er septembre 2006, Grenoble. Présentation de [B9].
- International Workshop “Idempotent and tropical mathematics and problems of mathematical physics”, Moscou, 25-30 août 2007. Présentation de [C20].
- Conférence MTNS 2008 (18th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems), 28 Juillet.–1er août 2008, Special Session on “Hamilton-Jacobi Equations, Viscosity Solutions, and Max-Plus Analysis” organisée par Martin Day et William McEneaney. Exposé : “Representation of stationary solutions of degenerate Hamilton-Jacobi-Bellman equations”.

3 Responsabilités collectives

Séminaire POC : Co-responsable coté Maxplus (de septembre 92 à février 08) du séminaire “Probabilités, Optimisation, Contrôle” (POC) ou de ses ancêtres (cf. <http://www-rocq.inria.fr/seminaire-poc/>). Avant le déménagement de l’équipe Maxplus au CMAP, ce séminaire était commun avec l’ancienne équipe Preval de l’INRIA Rocquencourt.

Contrat NSF-INRIA : Co-responsable avec Pierre-Alexandre Bliman, coté français, d’une coopération NSF-INRIA avec Roger Nussbaum de Rutgers University, sur le thème *Contrôle des oscillations de systèmes à relais et retard*, de septembre 2000 à mars 2002.

Équipe-Projet MAXPLUS de l’INRIA Rocquencourt : L’Équipe-Projet de recherche MAXPLUS dédié aux “Algèbres max-plus et mathématiques de la décision” a été proposé conjointement par Stéphane GAUBERT et moi-même. Le projet a été créé en janvier 2003, S. Gaubert en est le chef

de projet et j'en suis responsable permanente.

Conférence IFAC TDS'03 : Participation au comité d'organisation national de l' "IFAC workshop on Time-Delay Systems" qui a eu lieu les 8, 9 et 10 septembre 2003.

Commission d'évaluation de l'INRIA : Membre élue titulaire de Septembre 2005 à Août 2008, puis suppléante pour 3 ans à partir Septembre 2008 : <http://www.inria.fr/inria/organigramme/ce.fr.html>. Cette commission est chargée en particulier d'évaluer les équipes-projets INRIA, en s'appuyant sur les rapports d'experts extérieurs, d'évaluer les promotions internes à l'INRIA (pour ma part, j'ai participé aux évaluations des promotions des Chargés de Recherche 2ième classe au grade de Chargé de Recherche 1ere classe, en 2006, 2007 et 2008), et d'organiser les concours de recrutement de chercheurs INRIA, dont une certaine proportion du jury est composé de membres de la CE (voir ci-dessous).

Membre de jury de concours : Concours de recrutement de chercheurs INRIA : CR1, CR2-Sophia et CR2-Nancy 2006, CR2-Nancy et CR1-Nancy 2007, CR2-Sophia 2008.

Conférence Valuetools : Membre du Comité de Programme de la conférence Valuetools'06 (International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools, Oct. 11-13, 2006) et de la conférence Valuetools'07 (Oct. 23-25, 2007).

Responsabilités diverses :

- Élue secrétaire du conseil d'administration de l'AGOS pour la période de juin 1991 à juin 1993.
- Membre de la commission locaux de l'INRIA Rocquencourt (dirigée par Nicolas Sendrier) de mars 2001 à octobre 2003.

4 Liste complète des publications personnelles

Certaines publications peuvent être obtenues en version finale ou préliminaire (preprint arXiv ou rapport de recherche INRIA), en allant sur ma page Web <http://www.cmap.polytechnique.fr/~akian/>.

Thèse et HDR

[T1] M. Akian. *Méthodes multigrilles en contrôle stochastique*. Thèse de Doctorat, Université Paris IX-Dauphine, Paris, 1990. (cf. <http://www.inria.fr/rrrt/tu-0107.html>).

[T2] M. Akian. *Algèbre max-plus, applications monotones contractantes et équations aux dérivées partielles : trois approches du contrôle optimal*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), 2007. (cf. <http://www.cmap.polytechnique.fr/~akian/publis/hdr-akian.pdf>).

Articles parus ou acceptés dans des journaux internationaux

[J1] Max Plus¹. L'algèbre (max, +) et sa symétrisation ou l'algèbre des équilibres. *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. II Méc. Phys. Chim. Sci. Univers Sci. Terre*, 311(4) :443–448, 1990.

¹Nom collectif donné au groupe de travail en théorie des Systèmes à Événements Discrets à l'INRIA (Projet Méta2) composé au moment de l'article de M. Akian, G. Cohen, S. Gaubert, R. Nikhoukhah et J.P. Quadrat.

- [J2] M. Akian, J. L. Menaldi, and A. Sulem. Multi-asset portfolio selection problem with transaction costs. *Math. Comput. Simulation*, 38(1-3) :163–172, 1995. Probabilités numériques (Paris, 1992).
- pdf [J3] M. Akian, J. L. Menaldi, and A. Sulem. On an investment-consumption model with transaction costs. *SIAM J. Control Optim.*, 34(1) :329–364, 1996.
- pdf [J4] J. P. Quadrat and Max-Plus Working Group². Min-plus linearity and Statistical Mechanics. *Markov Process. Related Fields*, 3(4) :565–587, 1997. Statistical Mechanics of large networks (Rocquencourt, 1996).
- [J5] M. Akian, R. B. Bapat, and S. Gaubert. Asymptotics of the Perron eigenvalue and eigenvector using max-algebra. *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.*, 327 :927–932, 1998. Voir aussi le Rapport de recherche INRIA 3450.
- pdf [J6] M. Akian. Densities of idempotent measures and large deviations. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 351(11) :4515–4543, 1999.
- [J7] M. Akian and P.-A. Bliman. On super-high frequencies in discontinuous 1st-order delay-differential equations. *J. Differential Equations*, 162(2) :326–358, 2000.
- pdf [J8] M. Akian, A. Sulem, and M. Taksar. Dynamic optimization of long-term growth rate for a portfolio with transaction costs and logarithmic utility. *Math. Finance*, 11(2) :153–188, 2001.
- pdf [J9] M. Akian and S. Bismuth. Instability of rapidly-oscillating periodic solutions for discontinuous differential delay equations. *Differential Integral Equations*, 15(1) :53–90, 2002.
- [J10] M. Akian, P.-A. Bliman, and M. Sorine. Control of delay systems with relay. *IMA J. Math. Control Inform.*, 19(1-2) :133–155, 2002. Special issue on analysis and design of delay and propagation systems.
- [J11] M. Akian, S. Gaubert, and V. Kolokoltsov. Invertibility of functional Galois connections. *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I* 335(11) :883–888, 2002.
- [J12] M. Akian and S. Gaubert. Spectral theorem for convex monotone homogeneous maps, and ergodic control. *Nonlinear Analysis. Theory, Methods & Applications*, 52(2) :637–679, 2003. Voir aussi arXiv:math/0110108.
- pdf [J13] M. Akian and I. Singer. Topologies on lattice ordered groups, separation from closed downward sets and conjugations of type Lau. *Optimization*, 52(6) :629–672, 2003.
- [J14] M. Akian, R. Bapat, and S. Gaubert. Perturbation of eigenvalues of matrix pencils and the optimal assignment problem. *C. R. Acad. Sci. Paris, Série I*, 339(2) :103–108, 2004. Voir aussi le Rapport de recherche INRIA 5120 et arXiv:math.SP/0402438.
- [J15] M. Akian, S. Gaubert, B. Lemmens, and R. Nussbaum. Iteration of order preserving subhomogeneous maps on a cone. *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 140(1) :157–176, 2006. Voir aussi arXiv:math.DS/0410084.
- [J16] M. Akian, S. Gaubert, and A. Lakhoua. The max-plus finite element method for solving deterministic optimal control problems : basic properties and convergence analysis. *SIAM J. Control Optim.*, 47(2) :817–848, 2008. Voir aussi arXiv:math.OC/0603619.
- [J17] M. Akian, B. David, and S. Gaubert. Un théorème de représentation des solutions de viscosité d’une équation d’Hamilton-Jacobi-Bellman ergodique dégénérée sur le tore. *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I*, 346 :1149–1154, 2008.

²Currently comprising : M. Akian, G. Cohen, S. Gaubert, M. Mc Gettrick, J.P. Quadrat and M. Viot

- [J18] M. Akian, S. Gaubert, and C. Walsh. The max-plus Martin boundary. Accepté pour publication dans Documenta Mathematica, voir arXiv:math.MG/0412408.
- [J19] M. Akian, S. Gaubert, and L. Ninove. Multiple equilibria of nonhomogeneous Markov chains and self-validating Web rankings. 2007. Accepté pour publication dans SIMAX sous réserve de corrections, voir arXiv:0712.0469.

Articles publiés dans des livres ou chapitres de livres

- [B1] M. Akian. Résolution numérique d'équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman au moyen d'algorithmes multigrilles et d'itérations sur les politiques. In *Analysis and optimization of systems (Antibes, 1988)*, volume 111 of *Lecture Notes in Control and Inform. Sci.*, pages 629–640. Springer, Berlin, 1988.
- pdf [B2] M. Akian. Analyse de l'algorithme multigrille FMGH de résolution d'équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman. In *Analysis and optimization of systems (Antibes, 1990)*, volume 144 of *Lecture Notes in Control and Inform. Sci.*, pages 113–122. Springer, Berlin, 1990.
- [B3] M. Akian, J.P. Quadrat, and M. Viot. Bellman processes. In *11th International Conference on Analysis and Optimization of Systems : Discrete Event Systems (Sophia-Antipolis, 1994)*, volume 199 of *Lecture Notes in Control and Inform. Sci.*, pages 302–311. Springer, 1994.
- [B4] S. Gaubert and Max Plus³. Methods and applications of $(\max, +)$ linear algebra. In *STACS 97 (Lübeck)*, volume 1200 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 261–282. Springer, Berlin, 1997. Voir aussi le Rapport de recherche INRIA 3088.
- pdf [B5] M. Akian, J.-P. Quadrat, and M. Viot. Duality between probability and optimization. In J. Gunawardena, editor, *Idempotency*, Publications of the Isaac Newton Institute, pages 331–353. Cambridge University Press, 1998.
- [B6] M. Akian, S. Gaubert, and V. N. Kolokoltsov. Set coverings and invertibility of functional Galois connections. In G. L. Litvinov and V. P. Maslov, editors, *Idempotent Mathematics and Mathematical Physics*, Contemporary Mathematics, pages 19–51. American Mathematical Society, 2005. Aussi ESI Preprint 1447 et arXiv:math.FA/0403441.
- [B7] M. Akian, S. Gaubert, and C. Walsh. Discrete max-plus spectral theory. In G. L. Litvinov and V. P. Maslov, editors, *Idempotent Mathematics and Mathematical Physics*, Contemporary Mathematics, pages 53–77. American Mathematical Society, 2005. Aussi ESI Preprint 1485 et arXiv:math.SP/0405225.
- [B8] M. Akian, R. Bapat, and S. Gaubert. Max-plus algebras. In L. Hogben, editor, *Handbook of Linear Algebra (Discrete Mathematics and Its Applications)*, volume 39. Chapman & Hall/CRC, 2006. Chapter 25.
- [B9] M. Akian, S. Gaubert, and L. Ninove. The T -PageRank : a model of self-validating effects of web surfing. In *Positive systems*, volume 341 of *Lecture Notes in Control and Inform. Sci.*, pages 239–246. Springer, Berlin, 2006.
- [B10] M. Akian, S. Gaubert, and A. Guterman. Linear independence over tropical semirings and beyond. In G. L. Litvinov and S. N. Sergeev, editors, *Proceedings of the International Conference on Tropical and Idempotent Mathematics*, Contemporary Mathematics. American Mathematical Society, 2008. Accepté pour publication, voir aussi arXiv:0812.3496.

- [B11] M. Akian, S. Gaubert, and V. Kolokoltsov. The optimal assignment problem for a countable state space. In G. L. Litvinov and S. N. Sergeev, editors, *Proceedings of the International Conference on Tropical and Idempotent Mathematics*, Contemporary Mathematics. American Mathematical Society, 2008. Accepted pour publication, voir aussi arXiv:0812.4866.

Actes de conférences internationales (avec comité de lecture ou à titre invité)

- [C1] M. Akian and A. Bensoussan. On the stochastic Ramsey problem. In *IEEE CDC, Athènes, Grèce*, 1986.
- [C2] M. Akian, J.P. Chancelier, and J.P. Quadrat. Dynamic programming complexity and application. In *IEEE CDC, Austin Texas*, 1988.
- pdf [C3] Max Plus¹. Linear systems in $(\max, +)$ algebra. In *IEEE CDC, Honolulu, Hawaii*, 1990.
- [C4] M. Akian and A. Sulem. Application of “Pandore”, an expert system in stochastic control, to portfolio selection problems. In *Artificial Intelligence, Expert Systems and Symbolic Computing (IMACS)*, pages 389–398, Amsterdam, 1992. North Holand.
- [C5] Max-Plus Working Group³, presented by J.-P. Quadrat. Max-plus algebra and applications to system theory and optimal control. In *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Vol. 1, 2 (Zürich, 1994)*, pages 1511–1522, Basel, 1995. Birkhäuser.
- [C6] M. Akian, P. Séquier, A Sulem, and A. Aboulalaa. A finite horizon portfolio selection problem with multi-risky assets and transaction costs : the dynamic asset allocation example. In *Actes Association Française de Finance (Bordeaux, Juin 1995)*, 1995.
- pdf [C7] M. Akian, P. Séquier, and A Sulem. A finite horizon multidimensional portfolio selection problem with singular transactions. In *IEEE CDC, New Orléans*, volume 3, pages 2193–2198, 1995.
- [C8] M. Akian, A Sulem, and M. Taksar. Maximization of a long term growth rate for a mixed portfolio with transaction costs. In *Proceedings of the 17th IFIP Conference*, pages 132–135, July 1995.
- [C9] M. Akian, J.-P. Quadrat, and M. Viot. Bellman processes with independent increments. In *Proceedings of the 17th IFIP Conference*, pages 207–210, July 1995.
- [C10] M. Akian and P.-A. Bliman. On super-high-frequencies in discontinuous 1st-order delay-differential equations. In *6th IEEE Mediterranean Conference on Control and Systems, Alghero, Italy*, June 1998.
- [C11] M. Akian, P.-A. Bliman, and M. Sorine. P.I. control of nonlinear oscillations for a system with delay. In *8th IFAC LSS’98, Patras, Greece*, July 1998.
- [C12] K. Blin, M. Akian, F. Bonnans, E. Hoffman, C. Martini, and K. Zeghal. A stochastic conflict detection model revisited. In *Proceedings of AIAA GNC, Denver*, August 2000.
- [C13] K. Blin, M. Akian, F. Bonnans, E. Hoffman, and K. Zeghal. A stochastic conflict detection method integrating planned heading and velocity changes. In *IEEE CDC, Sydney*, 2000.
- [C14] M. Akian and S. Gaubert. A spectral theorem for convex monotone homogeneous maps. In *Proceedings of the Satellite Workshop on Max-Plus Algebras, IFAC SSSC’01, Praha*, 2001. Elsevier.

³Currently comprising : M. Akian, G. Cohen, S. Gaubert, J.P. Quadrat and M. Viot

- [C15] M. Akian, R. Bapat, and S. Gaubert. Generic asymptotics of eigenvalues using min-plus algebra. In *Proceedings of the Satellite Workshop on Max-Plus Algebras, IFAC SSSC'01*, Praha, 2001. Elsevier.
- [C16] M. Akian, S. Gaubert, and A. Lakhoua. A max-plus finite element method for solving finite horizon deterministic optimal control problems. In *Proceedings of MTNS'04*, Louvain, Belgique, 2004. Voir aussi le Rapport de recherche INRIA 5163 et arXiv:math.OC/0404184.
- [C17] M. Akian, S. Gaubert, and A. Lakhoua. The max-plus finite element method for optimal control problems : further approximation results. In *Proceedings of the joint 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference ECC 2005 (CDC-ECC'05)*, Seville, Espagne, 2005. Voir aussi arXiv:math.OC/0509250.
- [C18] M. Akian, S. Gaubert, and V. N. Kolokoltsov. Solutions of max-plus linear equations and large deviations. In *Proceedings of the joint 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference ECC 2005 (CDC-ECC'05)*, Seville, Espagne, 2005. Voir aussi arXiv:math.PR/0509279.
- [C19] M. Akian, S. Gaubert, and C. Walsh. How to find horizon-independent optimal strategies leading off to infinity : a max-plus approach. In *Proc. of the 45th IEEE Conference on Decision and Control (CDC'06)*, San Diego, 2006. Voir aussi arXiv:math.OC/0609243.
- [C20] M. Akian. Representation of stationary solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations : a max-plus point of view. In G .L. Litvinov, V. P. Maslov, and S. N. Sergeev, editors, *Proc. of the International Workshop "Idempotent and Tropical Mathematics and problems of Mathematical Physics", Moscow, Aug. 25-30, 2007*, volume 1, pages 6–11.
- [C21] M. Akian, S. Gaubert, and A. Lakhoua. Convergence analysis of the max-plus finite element method for solving deterministic optimal control problems. In *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control (CDC'08)*, Cancun, 2008.

Articles soumis

- [S1] M. Akian, R. Bapat, and S. Gaubert. Min-plus methods in eigenvalue perturbation theory and generalised Lidskiĭ-Višik-Ljusternik theorem. Rapport de recherche INRIA 5104, Fév 2004. Et arXiv:math.SP/0402090, soumis.

Articles en préparation

- [P1] M. Akian, S. Gaubert, and V. Kolokoltsov. Invertibility of Moreau conjugacies and large deviations. En préparation.
- [P2] M. Akian, S. Gaubert, and R. Nussbaum. The Collatz-Wielandt theorem for order-preserving homogeneous maps on cones. En préparation.
- [P3] M. Akian, S. Gaubert, and R. Nussbaum. Uniqueness of fixed points of nonexpansive semi-differentiable maps. En préparation.
- [P4] M. Akian, S. Gaubert, and B. Lemmens. Stable fixed points in discrete convex monotone dynamical systems. En préparation.
- [P5] M. Akian, S. Gaubert, and C. Walsh. How to find horizon-independent optimal strategies leading off to infinity : a max-plus approach. Version complète avec preuves, en préparation.

- [P6] M. Akian, B. David, and S. Gaubert. A representation theorem for the viscosity solutions of a degenerate ergodic hamilton-jacobi-bellman equation on the torus. En préparation.
- [P7] M. Akian, S. Gaubert, and A. Lakhoua. Solving deterministic optimal control problems with the max-plus finite element method : quadratic error estimates. En préparation.
- [P8] M. Akian, S. Gaubert, and A. Guterman. Tropical linear independence and mean payoff games. En préparation.
- [P9] M. Akian, S. Gaubert, and A. Guterman. Linear systems of equations in symmetrized tropical semirings. En préparation.

Rapports de recherche n'ayant pas fait l'objet d'une autre publication

- [R1] M. Akian. Theory of cost measures : convergence of decision variables. Rapport de recherche INRIA 2611, 1995.
- [R2] M. Akian. On the continuity of the Cramer transform. Rapport de recherche INRIA 2841, 1996.

5 Commentaires sur quelques articles publiés

- [J6] M. Akian. Densities of idempotent measures and large deviations. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 351(11) :4515–4543, 1999.

Nous donnons des conditions pour qu'une mesure idempotente (notion introduite par Maslov) ait une densité et montrons par de nombreux exemples qu'elles sont souvent vérifiées. Ces conditions portent à la fois sur la structure de treillis du demi-anneau idempotent sous-jacent (remplaçant le demi-corps des réels positifs de la théorie de la mesure classique) et sur l'algèbre de Boole sur laquelle la mesure est définie. On en déduit un critère pour qu'une famille de probabilités satisfasse au principe des grandes déviations tel qu'il est défini par Varadhan. Cela fournit donc une justification "algébrique" de certains résultats de théorie probabiliste des grandes déviations.

- [J7] M. Akian and P.-A. Bliman. On super-high frequencies in discontinuous 1st-order delay-differential equations. *J. Differential Equations*, 162(2) :326–358, 2000.

On considère un système simple du 1er ordre à retard et relais, bouclé par une loi de "feedback" proportionnelle. On montre qu'au bout d'un certain temps, le nombre de changements de signe (ou d'oscillations) est localement fini, et on estime le premier instant où ce phénomène apparaît. Ce résultat généralise un résultat similaire obtenu précédemment par Shustin. Il repose sur la construction d'une fonction convexe appropriée de la collection des longueurs d'intervalles de signe constant de la solution du système différentiel, pour laquelle on montre qu'elle décroît strictement en temps rétrograde avec une estimée de cette décroissance.

- [J8] M. Akian, A. Sulem, and M. Taksar. Dynamic optimization of long-term growth rate for a portfolio with transaction costs and logarithmic utility. *Math. Finance*, 11(2) :153–188, 2001.

On considère un problème de gestion de portefeuille avec coûts de transaction proportionnels et maximisation du taux moyen de profit pour une fonction d'utilité logarithmique. On se ramène à un problème de contrôle stochastique singulier avec critère ergodique, conduisant à la résolution d'une inéquation variationnelle. On étudie cette inéquation au moyen de la notion de solution de viscosité : on montre l'existence et l'unicité du taux moyen, par des méthodes

classiques à cette théorie. La preuve d’unicité, à une constante additive près, de la fonction potentielle correspondante, que l’on fait seulement dans le cas de la dimension 1, est originale et s’inspire de [J12]. On résout enfin numériquement l’équation sur un exemple de dimension 2, au moyen de l’algorithme FMGH développé dans ma thèse.

- [J10] M. Akian, P.-A. Bliman, and M. Sorine. Control of delay systems with relay. *IMA J. Math. Control Inform.*, 19(1-2) :133–155, 2002. Special issue on analysis and design of delay and propagation systems.

Nous étudions les oscillations périodiques d’un système du 1er ordre avec retard et relais, bouclé par une loi de “feedback” proportionnelle-intégrale. Ce type de système peut modéliser le contrôle de richesse dans un pot catalytique. Dans tous les cas, on exhibe un ensemble dénombrable de cycles limites périodiques, et on montre des résultats de type contrôle des oscillations, identification des paramètres et rejet des perturbations. Dans le cas du contrôle proportionnel, on montre de plus que toute solution coïncide en temps fini avec l’un des cycles-limite, et que tous les cycles sont instables sauf le plus lent.

- [J12] M. Akian and S. Gaubert. Spectral theorem for convex monotone homogeneous maps, and ergodic control. *Nonlinear Analysis. Theory, Methods & Applications*, 52(2) :637–679, 2003.

Le gain optimal d’un problème de contrôle ergodique discret s’obtient (par la méthode de la programmation dynamique) comme valeur propre (additive) d’une application $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ monotone, additivement homogène et convexe. On montre que l’espace propre d’une telle application f est isomorphe à un inf-semi-trellis convexe de dimension au plus égale au nombre de composantes fortement connexes d’un graphe critique de f défini à partir des applications affines tangentes à f . On en déduit, en particulier, un résultat d’unicité pour la fonction de biais de problèmes de contrôle ergodique. Ces résultats généralisent des résultats plus anciens, obtenus par Lanery, Romanovsky, et Schweitzer et Federgruen, pour les problèmes de contrôle ergodique avec espaces d’états et d’actions finis, ce qui correspond au cas particulier des applications f affines par morceaux. On montre aussi que la longueur des orbites périodiques de f est bornée par la cyclicité de son graphe critique, ce qui implique que les longueurs possibles des orbites de f sont exactement les ordres des permutations à n éléments.

- [J14] M. Akian, R. Bapat, and S. Gaubert. Perturbation of eigenvalues of matrix pencils and the optimal assignment problem. *C. R. Acad. Sci. Paris, Série I*, 339(2) :103–108, 2004. Voir aussi le Rapport de recherche INRIA 5120 et arXiv:math.SP/0402438.

On étend au cas des valeurs propres de faisceaux de matrices la théorie des perturbations de Višik, Ljusternik et Lidskiĭ, ce qui apporte des éléments de réponse à un problème ouvert en théorie des perturbations. On montre que les asymptotiques au premier ordre des valeurs propres d’un faisceau de matrices perturbé peuvent être calculées génériquement au moyen de méthodes de l’algèbre min-plus, en particulier le calcul de valeurs propres de faisceaux de matrices min-plus, et d’algorithmes d’affectation optimale. Ces résultats complètent ceux de [S1] qui montraient que, dans certains cas, les asymptotiques au premier ordre de valeurs et vecteurs propres de matrices pouvaient être calculées au moyen du calcul de valeurs et vecteurs propres de matrices min-plus uniquement (et non de faisceaux de matrices), et donc au moyen d’algorithmes d’optimisation du poids (ou poids moyen) d’un chemin dans un graphe.

- [B6] M. Akian, S. Gaubert, and V. N. Kolokoltsov. Set coverings and invertibility of functional galois connections. In G. L. Litvinov and V. P. Maslov, editors, *Idempotent Mathematics and Mathematical Physics*, Contemporary Mathematics, pages 19–51. American Mathematical Society, 2005. Aussi ESI Preprint 1447 et arXiv:math.FA/0403441.

Nous étudions le problème de l'existence et de l'unicité de la solution f à l'équation $Bf = g$, lorsque B est une conjugaison de Moreau ou plus généralement une correspondance de Galois. Nous traitons ce problème à partir de la notion de sous-différentiel généralisé, relativement au noyau de B . Les résultats obtenus généralisent d'anciens résultats de N. Vorobyev et K. Zimmerman sur les opérateurs max-plus linéaires de dimension finie. Dans le cas où B est la transformée de Legendre-Fenchel, l'unicité est obtenue par exemple pour les fonctions g convexes essentiellement régulières. Ces résultats ont pu être appliqués dans [C18, P1] à la caractérisation de taux de grandes déviations.

- [J15] M. Akian, S. Gaubert, B. Lemmens, and R. Nussbaum. Iteration of order preserving subhomogeneous maps on a cone. *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 140(1) :157–176, 2006. Voir aussi arXiv:math.DS/0410084.

Il est connu que toute orbite bornée d'une application de \mathbb{R}^n dans lui-même, contractante (au sens large) pour une norme polyédrale, converge vers une orbite périodique, et que la longueur de celle-ci peut être bornée par une constante ne dépendant que de la géométrie de la boule unité. Ici, nous obtenons un résultat similaire pour une application monotone homogène d'un cône polyédral dans lui-même. En particulier, dans le cas du cône positif standard de \mathbb{R}^n , on montre que la longueur d'une orbite périodique est bornée par $\frac{n!}{\lfloor \frac{n}{3} \rfloor! \lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor! \lfloor \frac{n+2}{3} \rfloor!}$ et que cette borne est (au moins asymptotiquement) optimale. La preuve utilise en particulier la borne obtenue par Lemmens et Scheutzwow dans le cas des orbites bornées dans l'intérieur du cône positif (i.e. des orbites qui restent loin du bord).