

MASTER DE MATHEMATIQUES APPLIQUEES
ANALYSE NUMERIQUE ET E.D.P.
UNIVERSITE PARIS 6 - ECOLE POLYTECHNIQUE
Cours de G. Allaire, F. Coquel

Sujet 11 : Système de la dynamique des gaz sans pression

On propose d'approcher numériquement les solutions du système de la dynamique des gaz sans pression en une dimension d'espace :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x \rho u = 0, & x \in \mathbb{R}, t > 0, \\ \partial_t \rho u + \partial_x \rho u^2 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Ce système modélise un gaz de particules collantes permettant d'expliquer la formation de structures à très grandes échelles dans l'univers. Les difficultés sont de deux types : les solutions développent en général des chocs à valeur mesurée et conduisent naturellement à l'émergence du vide. De manière à traiter ces deux difficultés, on propose le schéma cinétique décrit dans l'article de François Bouchut, Shi Jin et X.T. Li, intitulé *Numerical approximations of pressureless and isothermal gas dynamics*, SIAM J. Num. Anal., vol. 41, pp. 135-158, 2003 (également disponible à l'adresse <http://www.math.wisc.edu/jin/research.html>).

Il est demandé d'évaluer le schéma du premier ordre d'approximation ainsi que sa version second ordre dans la formulation dite simplifiée (page 7, paragraphe 2.4). Les schémas seront en particulier testés sur les problèmes proposés par les auteurs.