MASTER DE MATHEMATIQUES APPLIQUEES
ANALYSE NUMERIQUE ET E.D.P.
UNIVERSITE PARIS 6 - ECOLE POLYTECHNIQUE
Cours de G. Allaire, F. Coquel

Sujet 3 : Schéma transport-équilibre en modélisation du traffic routier

On propose d'approcher numériquement les solutions des équations suivantes, dites équations de Aw-Rascle :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x \rho v(\rho, \rho w) = 0, & t > 0, \ x \in R, \\ \partial_t \rho w + \partial_x \rho w v(\rho, \rho w) = 0, \end{cases} \tag{1}$$

et répondant à une modélisation de la dynamique du flot routier certes simple mais exempte des abérations inhérentes aux modèles antérieurs. Ici, la relation de fermeture s'écrit :

$$v(\rho, \rho w) = \frac{\rho w}{\rho} + p(\rho), \tag{2}$$

où la fonction "pression" $p(\rho)$ est strictement monotone croissante et telle que $\rho p(\rho)$ est strictement convexe.

On demande d'approcher les solutions du précédent système à l'aide de deux méthodes de volumes finis exploitant la connaissance détaillée des solutions auto-semblables associées à (1)-(2). La première est la méthode de Godunov exposée en cours et reposant sur une opération de moyenne portant sur deux solutions auto-semblables adjacentes. La seconde est la méthode dite de Glimm qui substitue à l'étape de projection sur les constantes, une procédure d'échantillonage des valeurs. La résolution du problème de Riemann pour (1)–(2) ainsi que la formulation des méthodes de Godunov et de Glimm sont détaillées dans l'article *"Transport-equilibrium schemes for computing contact discontinuities in traffic flow modeling"*, par C. Chalons et P. Goatin (Commun. Math. Sci., No 3, pp 533-551 (2007)).

On s'attachera à illustrer numériquement en quoi la méthode de Glimm s'avère meilleure que la méthode de Godunov dans le cas très précis des équations (1). On expliquera en particulier l'origine du défaut de comportement de la méthode de Godunov.