MASTER DE MATHEMATIQUES APPLIQUEES
ANALYSE NUMERIQUE ET E.D.P.
UNIVERSITE PARIS 6 - ECOLE POLYTECHNIQUE
Cours de G. Allaire, F. Coquel

Sujet 9 : Approximation d'ordre élevé en temps et en espace

On propose d'approcher numériquement les solutions périodiques d'une loi de conservation scalaire :

$$\partial_t u + \partial_x f(u) = 0, \quad x \in [0,1],\ t > 0, \tag{1}$$

par des procédures de reconstruction polynomiale en espace couplées à des méthodes d'intégration temporelle de type Runge-Kutta. L'objectif est d'obtenir des schémas d'ordre d'approximation élevé en temps et en espace (à savoir au minimum du troisième ordre) dans les régions régulières de la solution tout en garantissant un comportement essentiellement non-oscillant au voisinage des discontinuités.

Il est demandé d'étudier numériquement l'erreur d'approximation dans diverses normes L^p avec p à choisir, en fonction du raffinement en espace dans le cadre des solutions régulières pour une fonction flux linéaire puis strictement convexe. On traitera ensuite le cadre des solutions discontinues, $\mathcal{C}^1$ par morceaux. De manière indépendante, on examinera également qualitativement le comportement en temps grand des solutions discrètes de nouveau dans le cas d'une fonction flux linéaire puis strictement convexe.

On utilisera les procédures de reconstruction spatiale dites WENO (pour *Weighted Essentially Non Oscillating*) et les techniques de Runge-Kutta, toutes deux décrites dans l'article de G.S. Jiang, C.W. Shu, intitulé *Efficient implementation of Weighted ENO schemes*, Journal of Computational Physics, vol. 126, pp. 202–228 (1996).