MASTER DE MATHEMATIQUES APPLIQUEES
ANALYSE NUMERIQUE ET E.D.P.
UNIVERSITE PARIS 6 - ECOLE POLYTECHNIQUE
Cours de G. Allaire et F. Coquel

Sujet 6: Deux schéma de type Godounov approché : VFRoe et VFRoe-ncv

Le but de ce TP est d'étudier la résolution numérique du système d'Euler en coordonnées eulériennes en une dimension d'espace :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + P(\rho, E))}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial(u(E+P))}{\partial x} = 0$$

où l'on note ρ la densité, u la vitesse, et E l'énergie totale. On se limitera à une loi d'état du type gaz parfait :

$$E = \rho\epsilon + \frac{u^2}{2} \text{ et } P = (\gamma - 1)\rho\epsilon$$

La résolution du problème de Riemann est le point délicat de la méthode de Godounov exact, on la remplace ici par la résolution d'un problème de Riemann linéarisé (comme dans le schéma de Roe présenté en cours).

Référence au schéma VFRoe :
http://www.cmi.univ-mrs.fr/~gallouet/Publi/tg-art961-mg.ps
Référence au schéma VFRoe-ncv :
http://www.cmi.univ-mrs.fr/~herard/Public/caf2000.pdf

Il sera demandé de programmer le schéma VFRoe (en utilisant les variables conservatives $(\rho, Q = \rho u, E)$) et de programmer VFRoe-ncv dans les variables non-conservatives (u, P, s) ; $s(P, \rho)$ désignant l'entropie et vérifiant :

$$\gamma P \frac{\partial s}{\partial P} + \rho \frac{\partial s}{\partial \rho} = 0$$