

Un défi numérique niché au coeur de la simulation d'écoulements de fluides industriels

Frédéric COQUEL

Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique
frédéric.coquel@cmap.polytechnique.fr

14 mars 2011

1 Les grandes lignes du projet

La conception de nombreux dispositifs industriels met en jeu des écoulements compressibles qui sont le siège de mécanismes de friction très contrastés d'un point à l'autre du dispositif étudié. Cette situation vaut depuis les dispositifs les plus petits intervenant par exemple en micro-électronique jusqu'aux plus grands tels les cuves de réacteurs physico-chimiques, en passant par des dispositifs de taille intermédiaire comme les filtres à particules associés aux motorisations de type diesel.

La modélisation repose sur les équations d'Euler pour un gaz compressible en présence de forces extérieures impliquant une force de friction dans l'amplitude varie fortement en fonction de la variable d'espace. La modélisation des mécanismes dissipatifs est donc relativement frustrante mais elle est généralement jugée suffisamment satisfaisante dans la modélisation du fonctionnement de nombreux dispositifs industriels. Ainsi et dans les régions de faible friction, l'écoulement est dominé comme attendu par les aspects propagatifs non-linéaires de l'opérateur hyperbolique sous-jacent alors que dans les régions de forte friction, l'écoulement est asymptotiquement en temps plutôt gouverné par des équations paraboliques du type de l'équation de la chaleur non-linéaire. Ce comportement asymptotique en temps est d'autant plus rapidement atteint que la friction est grande. Soulignons que le milieu étudié est modélisé partout en espace par les mêmes équations, seule l'amplitude locale de la friction modifie profondément le comportement asymptotique en temps de l'écoulement.

La difficulté est d'ordre numérique : le recours à des approches usuelles a priori naturelles ne permet pas de capturer le bon comportement asymptotique en temps de l'écoulement pour des discrétisations en espace d'intérêt industriel, à savoir des discrétisations spatiales pas trop fines et donc pas trop onéreuses comme il le serait attendu du niveau de modélisation privilégié. Les résultats de la simulation numérique s'avèrent généralement entachés d'erreurs

importantes dans l'emploi de maillages d'intérêt industriel. Rendre ces erreurs acceptables demanderait de recourir à des raffinements irréalistes dans un contexte industriel où le coût calcul est prépondérant.

L'objectif du projet est d'appréhender l'origine des erreurs constatées afin de comprendre les stratégies de correction permettant la capture du bon comportement asymptotique pour des maillages de densité réaliste. On utilisera à cette fin les méthodes numériques développées dans l'article [1].

Même si l'on en restera à un niveau élémentaire, la bonne conduite de ce projet requiert le goût de l'analyse des méthodes d'approximation numérique, en particulier de celles dédiées aux équations hyperboliques non-linéaires qui peuvent ne pas être intuitives lors de leur apprentissage. On pourra commencer par les équations d'Euler en une seule variable d'espace en formulation barotrope, à savoir sans énergie interne. En fonction d'un intérêt porté à l'analyse numérique, on pourra rester en une dimension d'espace dans le contexte des modèles mathématiques de filtres à particules en considérant une formulation du milieu à l'aide de sections variables puis en prenant en compte l'énergie interne et éventuellement des cinétiques chimiques d'encrassement. Dans le cas d'un intérêt plus prononcé pour le calcul scientifique, on pourra privilégier un passage à la dimension deux d'espace dans le contexte de la modélisation élémentaire des semi-conducteurs électroniques. Dans le cas d'une seule variable d'espace, on pourra utiliser le logiciel Scilab, alors que dans le cas de la dimension deux d'espace, il pourra être préférable d'opter pour un langage de programmation compilé en fonction de la complexité des simulations envisagées.

2 Eléments de bibliographie

- [1] A. Ambroso, C. Chalons, F. Coquel, E. Godlewski, P.-A. Raviart, N. Seguin Godunov-type schemes for hyperbolic systems with parameter-dependent source : the case of euler system with friction *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences (M3AS)*, volume 20(11), pages 2109-2166, 2010.
- [2] P. Marcati, The One-Dimensional Darcy's Law as the Limit of a compressible Euler Flow, *Journal of Differential Equations*, 84 (1990), no. 1, 129-146.
- [3] E. Godlewski, P.-A. Raviart, Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws, *Applied Mathematical Sciences*, 118, Springer-Verlag, New York, 1996.