

Simulation Numérique de la Formation de l'Univers après le Big Bang

Frédéric COQUEL

Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique
frédéric.coquel@cmap.polytechnique.fr

14 mars 2011

1 Les grandes lignes du projet

Ce projet est motivé par la modélisation des structures à grandes échelles de l'Univers telles qu'elles sont apparues à la suite du Big Bang. Il s'agit d'étudier grâce à l'approximation numérique d'un modèle d'équations aux dérivées partielles les caractéristiques de la distribution de matière dans l'Univers observable sur des échelles de longueur de l'ordre du milliard d'années lumières.

Des observations montrent l'univers sous la forme de la réunion de bulles géantes de vide, séparées par des crêpes et des filaments galactiques où les superamas de galaxies prennent la forme de noeuds de matière très condensée. Au tournant des années '70, le physicien Zel'dovich [1] propose un premier système d'équations aux dérivées partielles résultant de la modélisation de la matière primordiale sous la forme d'un mélange dense de particules collantes. Dans un tel gaz, deux particules restent collées l'une à l'autre après collision. Le modèle mathématique résultant prend la forme des équations d'Euler pour un gaz compressible où la pression est formellement négligée. L'absence de pression se traduit par la très forte concentration de la matière, s'accompagnant de l'apparition naturelle de vide entre les noeuds de concentration. En 1989, Shandarin et Zel'dovich [2] établissent sous certaines hypothèses sur la répartition initiale de la matière primordiale que le modèle mathématique prédit un effondrement de cette matière immédiatement après le big bang avec pour résultat un modèle d'univers fait de vide, de crêpes et de filaments denses de galaxies, qualitativement en accord avec les observations. En fonction de son intérêt scientifique, on pourra consulter avec profit les travaux de Bouchut et James [3] pour une étude mathématique du modèle en une dimension d'espace et les références citées.

La principale motivation est de simuler numériquement ce mécanisme d'effondrement en deux dimensions d'espace en approchant les solutions du modèle mathématique pour des

données initiales satisfaisant aux hypothèses de Shandarin et Zel'dovich. On utilisera à cette fin les méthodes d'approximation numériques développées par Bouchut et al. [4]. La compréhension de ces méthodes peut être acquise intuitivement et à ce titre, leur apprentissage ne réclame pas de pré-requis particulier. De plus, l'analyse mathématique des méthodes reste abordable et on pourra s'y investir en fonction de son intérêt.

A des fins de simulation numérique, on pourra utiliser le logiciel Scilab dans l'apprentissage de ces méthodes et l'exploration par le calcul des premières propriétés des solutions du modèle mathématique en une seule dimension d'espace. Toutefois et lors du passage à la dimension deux d'espace, il sera préférable d'opter pour un langage de programmation compilé si l'objectif est de réaliser des simulations convaincantes sur des maillages suffisamment fins.

2 Eléments de bibliographie

- [1] Ya. B. Zel'dovich, « Gravitational instability : an approximate theory for large density perturbations », *Astronomy and Astrophysics*, vol. 5, 1970, p. 84–89
- [2] S. F. Shandarin et Ya. B. Zel'dovich, « The large-scale structure of the universe : Turbulence, intermittency, structures in a self-gravitating medium », *Reviews of Modern Physics*, vol. 61, no 2, 1989, p. 185–220
- [3] F. Bouchut et F. James, « Duality solutions for pressureless gases, monotone scalar conservation laws, and uniqueness », *Comm. in Partial Diff. Eq.* 24 (1999), 2173–2189.
- [4] F. Bouchut, S. Jin et X. Li, « Numerical approximations of pressureless and isothermal gas dynamics », *SIAM J. Num. Anal.*, 41(1) :135–158, 2003.