

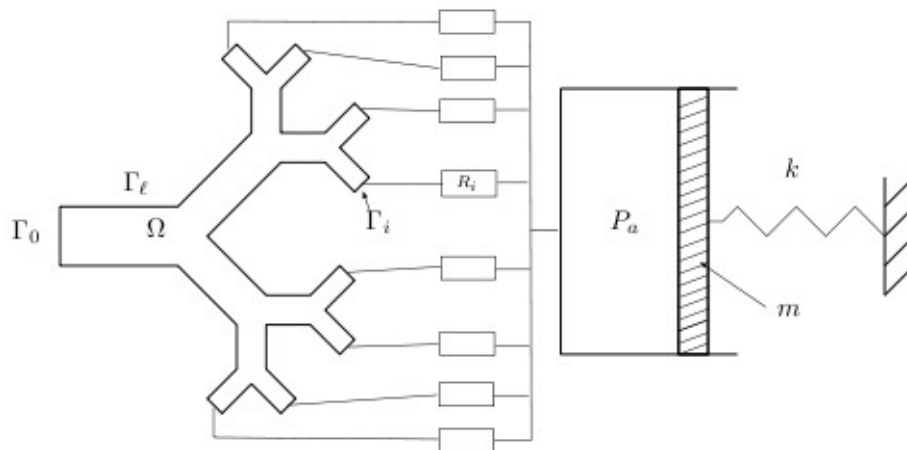
## Programmation d'un poumon numérique.

Sujet proposé par Aline Lefebvre-Lepot,  
[Aline.Lefebvre@polytechnique.edu](mailto:Aline.Lefebvre@polytechnique.edu)

La modélisation mathématique et numérique est de plus en plus sollicitée par le monde de la santé pour résoudre des problèmes rencontrés en pratique médicale. De tels modèles peuvent aider à une meilleure compréhension du système pulmonaire ainsi que de ses diverses pathologies. Ils peuvent par exemple permettre une meilleure interprétation des mesures effectuées en milieu hospitalier ou encore une meilleure compréhension de l'asthme. De plus, ces modèles peuvent aider à développer de nouvelles méthodes de diagnostic et de nouvelles techniques thérapeutiques. Ainsi, une meilleure maîtrise de dépôts d'aérosols administrés par inhalation permettraient d'accroître l'efficacité de ces derniers dans le traitement de l'asthme.

Le problème de la modélisation du poumon a donné lieu à un grand nombre de travaux allant de modèles simplifiés ayant un nombre fini de paramètres à des modèles tridimensionnels. Ces approches 3D permettent notamment de prendre en compte les effets inertiels dans la partie supérieure de l'arbre bronchique, de mettre en évidence l'influence de la géométrie sur la distribution des pressions et de traiter des cas d'asymétrie. Cependant, la complexité géométrique du domaine empêche la simulation de l'écoulement de l'air dans la totalité de l'arbre bronchique.

L'objectif de ce Modal est de mettre en place une approche multi-compartiments (en fonction du niveau où l'on se situe dans l'arbre bronchique) afin de permettre des simulations réalisables et réalistes du phénomène de respiration.



- La première zone, appelée zone proximale, est formée de la trachée et des premières bronches. Dans cette zone, l'écoulement de l'air est gouverné par les équations de Navier-Stokes et des simulations directes seront effectuées.
- La seconde zone, appelée partie distale, correspond à la partie géométriquement complexe de l'arbre. Cette partie est composée d'un réseau de tubes de petits diamètres dans lesquels l'écoulement de l'air peut être modélisé par un écoulement de Stokes. Dans le modèle, cette partie sera condensée en une série de sous-arbres, chacun d'entre eux étant modélisé par une zone dans laquelle la relation entre le débit d'air et la différence de pression en entrée et en sortie s'exprime facilement à l'aide d'un coefficient appelé résistance.
- La troisième et dernière zone, formée des acini, est immergée dans un milieu élastique : le parenchyme. On suppose la pression uniforme dans cette zone et le mouvement du diaphragme et du parenchyme est modélisé par un système masse-ressort.

Le travail demandé se décompose en plusieurs étapes qui amèneront à la modélisation et la simulation complète du poumon si le temps le permet.

### **Nombre de Reynolds.**

Tout d'abord, après une analyse dimensionnelle permettant de comprendre la signification du nombre de Reynolds, on mettra en place de premières expériences numériques afin d'observer son influence sur l'écoulement. Pour cela, on étudiera l'écoulement d'un fluide autour d'un obstacle. On commencera par simuler un fluide de Stokes. On étendra ensuite à un fluide de Navier-Stokes pour lequel on fera varier le nombre de Reynolds.

A partir des données réelles, on calculera le nombre de Reynolds pour l'écoulement de l'air dans le poumon, en fonction de la génération de l'arbre bronchique dans laquelle on se trouve.

### **Calcul de la résistance équivalente d'un sous-arbre dans le cas d'un écoulement de Stokes.**

On commencera par montrer que, pour un écoulement de Stokes dans un cylindre (2d ou 3d), on peut définir une résistance en écrivant une relation entre le débit et le saut de pression entre l'entrée et la sortie du cylindre.

On considèrera ensuite un sous-arbre de l'arbre bronchique dans lequel on suppose que l'écoulement suit les équations de Stokes. En considérant que les bronchioles peuvent être modélisées par de petits cylindres et en négligeant l'effet des bifurcations, on montrera qu'on peut définir une résistance dite « équivalente » reliant le débit dans l'arbre et le saut de pression entre son entrée et sa sortie.

Grâce à des simulations sous FreeFem++, on validera le modèle équivalent en le comparant avec les résultats obtenus pour un arbre 2d parcouru par un fluide de Stokes.

### **Premier couplage entre la simulation directe de la partie proximale de l'arbre et les sous-arbres équivalents.**

On intéressera à la simulation d'un arbre 2d dans lequel l'écoulement suit les équations de Stokes partout. On écrira le couplage entre la première partie de l'arbre (simulation directe des équations de Stokes) et les systèmes de résistance équivalente obtenus précédemment. Ceci permettra de ne pas avoir à mailler la partie géométriquement complexe de l'arbre. On montrera que ce couplage revient à résoudre une équation de type Stokes dans la première partie de l'arbre, avec des conditions au bord non standard en sortie. On montrera ensuite que l'on peut se ramener à résoudre plusieurs problèmes de Stokes avec cette fois des conditions standard de Neumann.

On écrira le programme FreeFem++ permettant de résoudre ce problème couplé et on comparera les résultats avec ceux obtenus par la simulation de l'arbre complet.

Selon le temps restant et les souhaits des étudiants, les extensions suivantes pourront ensuite être abordées :

- prise en compte de l'inertie dans la partie proximale de l'arbre (ie. programmation des équations de Navier-Stokes dans cette zone)
- couplage avec le 3ème compartiment (ie. le système masse-ressort modélisant le parenchyme)
- prise en compte du caractère 3d de la géométrie