Analyse intégrative du rôle de la pigmentation des drosophiles dans l'adaptation à l'hétérogénéité spatiale et temporelle de la température

FREOA Laurent

June 16, 2022

sous la direction d'Amandine Véber et Jean-Michel Gibert

Sommaire

1 Introduction

2 Expérience

3 Modèle mathématique
- Définition
- Résultats

4 Simulations

5 Perspectives

Introduction

1 Introduction

2 Expérience

3 Modèle mathématique
- Définition
- Résultats

4 Simulations

5 Perspectives

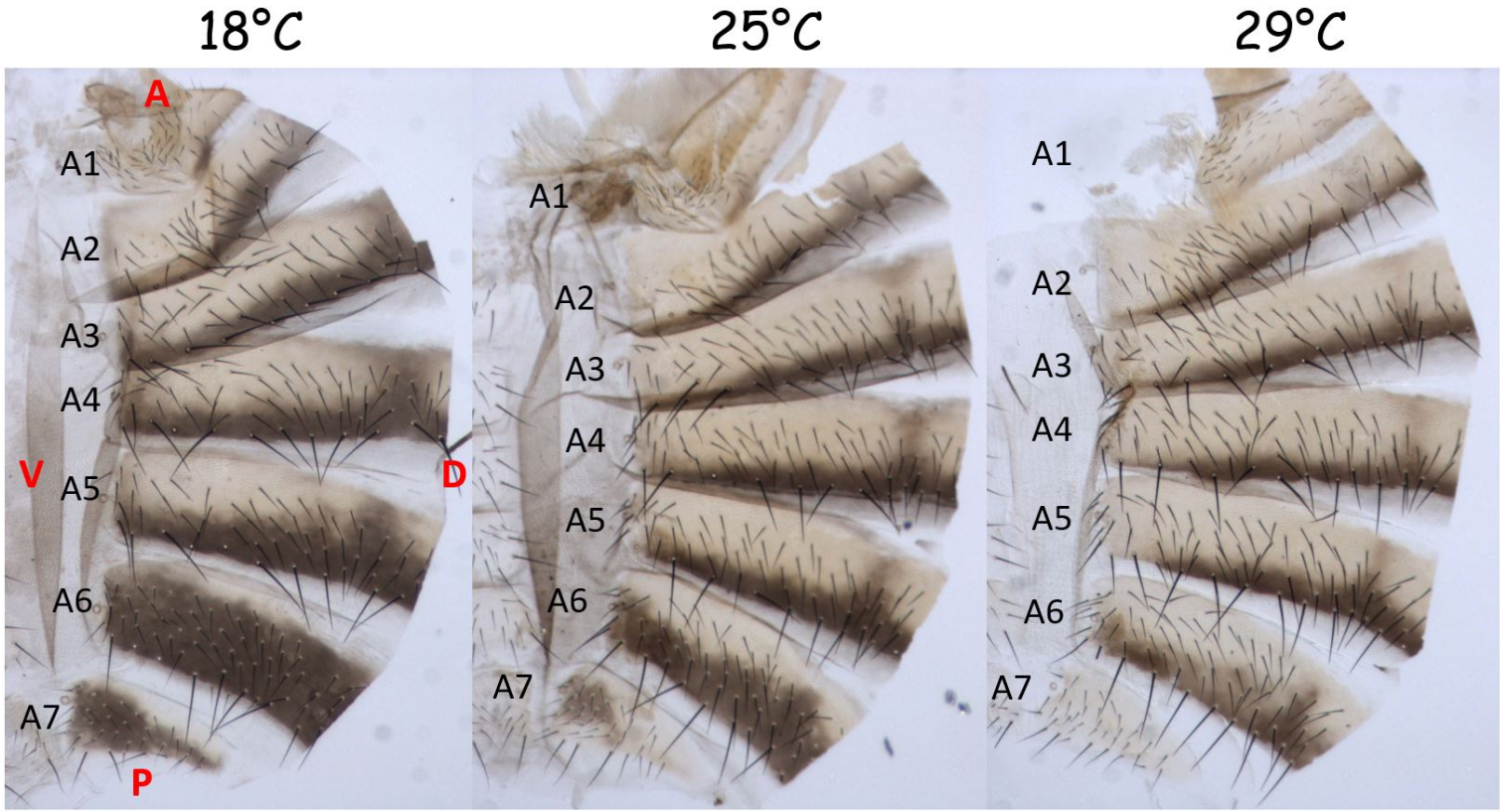
La pigmentation abdominale des drosophiles est :

- modulée par la température pendant le développement;

- variable génétiquement dans les populations naturelles.

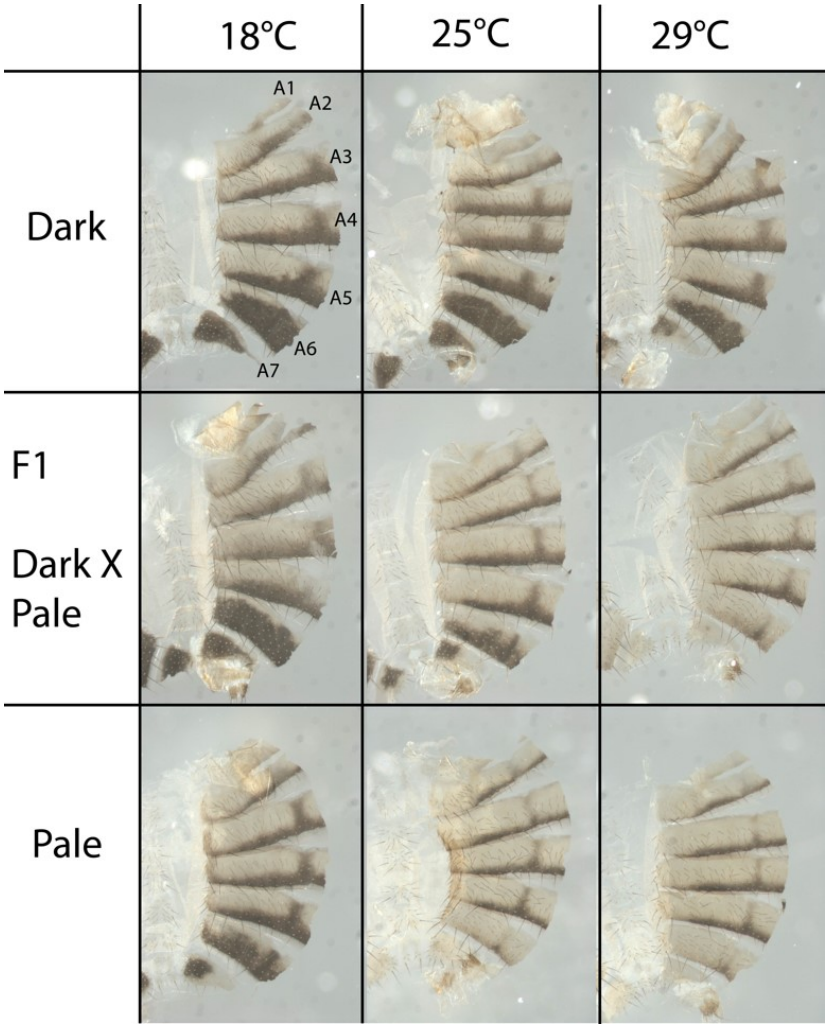
Les variations génétiques sont spatiales et saisonnières.

La pigmentation abdominale des femelles montre de la plasticité phénotypique chez les femelles



Cuticules de Drosophila melanogaster, isogenic line w^{1118} développées à différentes températures

Inversion de la dominance pour la pigmentation abdominale



1 Introduction

2 Expérience

3 Modèle mathématique
- Définition
- Résultats

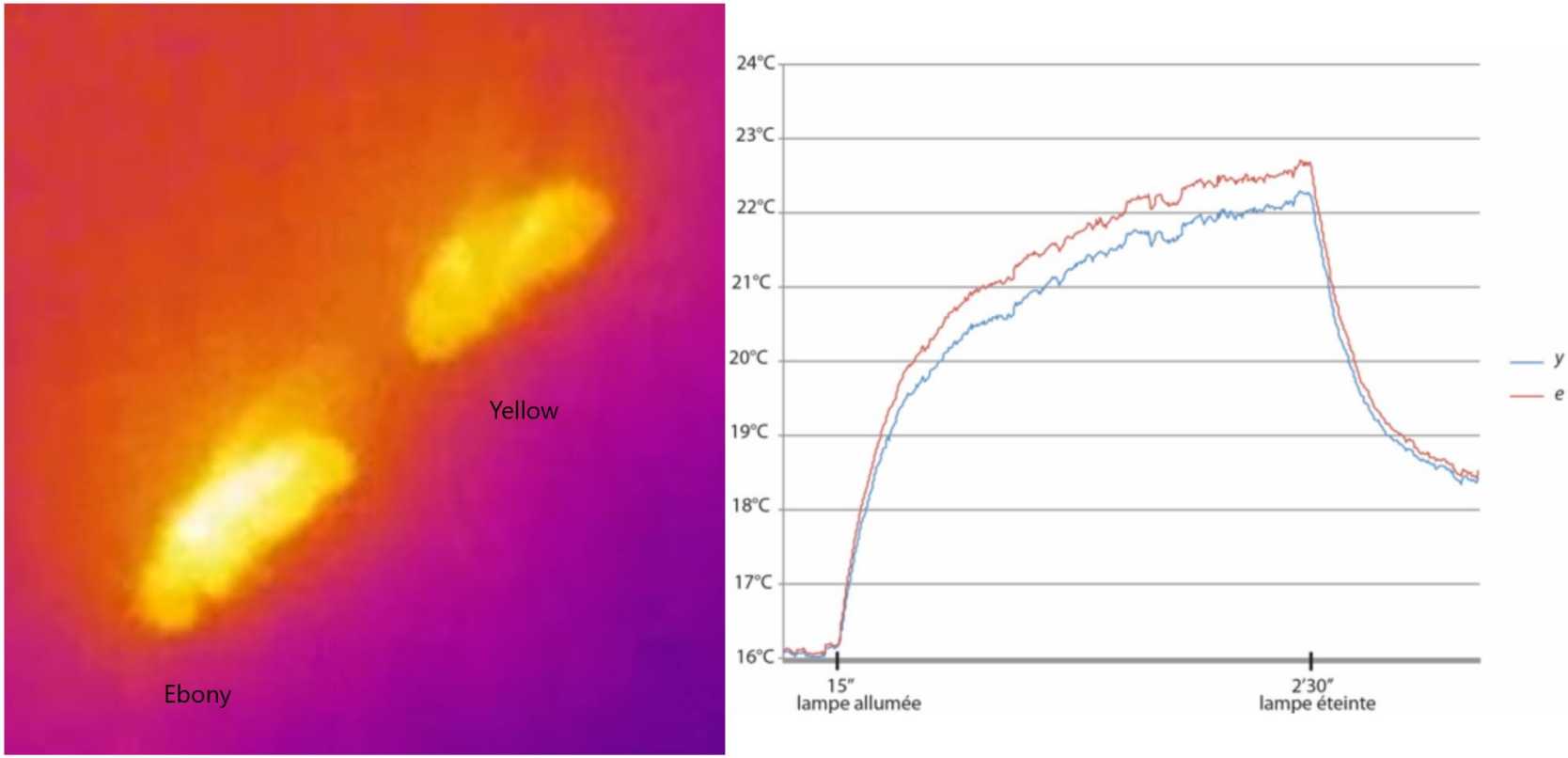
4 Simulations

5 Perspectives

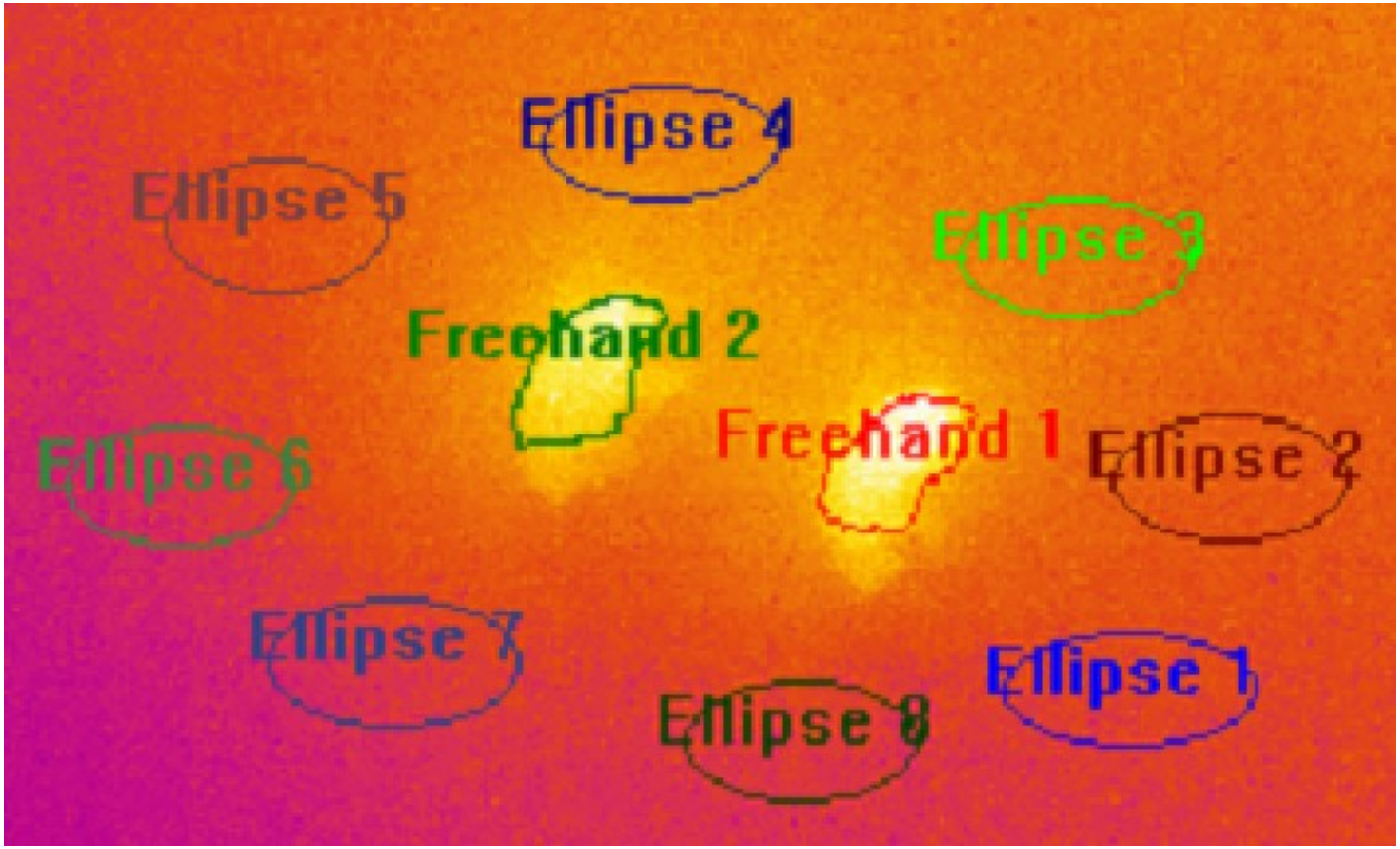
Ebony et Yellow

Photo d'une ebony et yellow

Déroulement de l'expérience

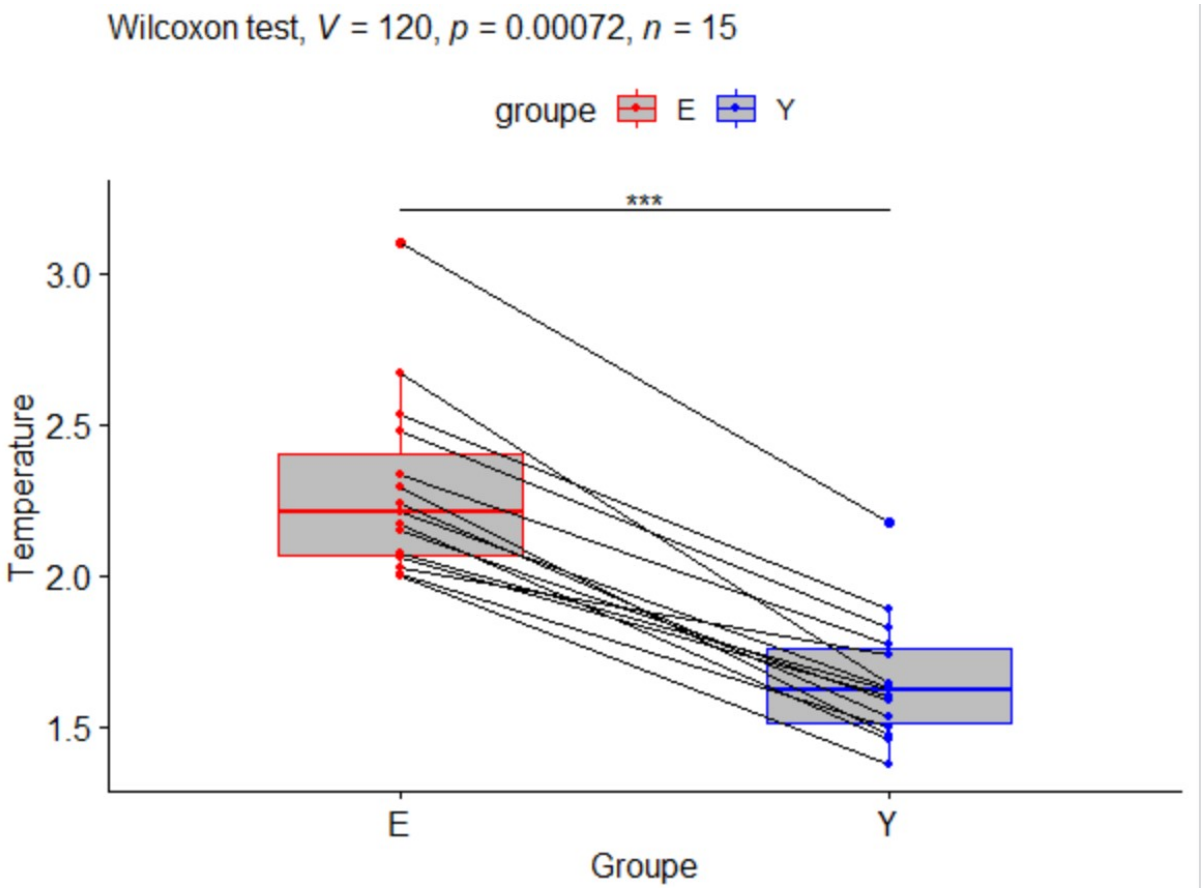


Premier résultat



Exemple d'une donnée

Résultats



Résultat pour le test des rangs signés de Wilcoxon sur échantillons appariés

Récapitulatif

Pour modéliser cette population, il faut :

- une dynamique de reproduction forte en été et faible en hiver;

- une pigmentation dépendant du sexe;

- des phénotypes dépendant du génotype et de la température au cours du développement (variable en temps et en espace).

1 Introduction

2 Expérience

3 Modèle mathématique
- Définition
- Résultats

4 Simulations

5 Perspectives

Espace des états individuels

Les positions géographiques des individus prennent leurs valeurs dans $\mathcal{X}$ un sous-ensemble convexe et compact de $\mathbb{R}^2$.

On pose $\mathcal{U}$ tel que

$$\mathcal{U} = \mathcal{G} \times \mathcal{U}_{phen}$$

où les génotypes des individus prennent leurs valeurs dans

$$\mathcal{G} = \left\{g_1, \ldots, g_{Card(\mathcal{G})}\right\}$$

et leurs phénotypes dans $\mathcal{U}_{phen}$, un sous-ensemble compact de $\mathbb{R}^q$.

On représente la population au temps t par un couple de mesures (ν_t^f, ν_t^m) qui décrivent la population femelle et mâle dans le modèle.

Fonctions phénotypes

Pour tout $(x, g, t) \in \mathcal{X} \times \mathcal{G} \times \mathbb{R}_+$, on définit une fonction phénotype $Phéno_f$ pour les individus femelles et $Phéno_m$ pour les individus mâles qui dépendent de (x, g, t) et à valeurs dans $\mathcal{U}_{phen}$.

Les déplacements sont représentés par un processus de diffusion normalement réfléchi à la frontière du domaine $\mathcal{X}$.

Les taux de reproduction et le taux de mort

-Taux de reproduction d'une femelle avec un mâle de génotype g_l : une femelle de position et caractéristique (x, u) se reproduit avec un mâle de génotype g_l dans son entourage à un taux,

$$\lambda_{g_l}\left(x, u, \sum_{i=1}^{n^m} I^{\delta}(x^i - x) W(u, u^i) \mathbf{1}_{\{g^i = g_l\}}, t\right).$$

-Taux de mort: pour un individu de position et caractèristique (x, u),

$$\mu\left(x, u, \sum_{i=1}^{n^f + n^m} I^{\delta'}_{death}(x^i - x) W_{death}(u, u^i), t\right).$$

Dynamiques des naissances et morts

-Si l'horloge "reproduction avec un mâle qui a le génotype g_l" sonne pour une femelle alors elle donne naissance pour tout $l' \in \{1, ..., Card(\mathcal{G})\}$ à $n^f_{l'}$ individus femelles $n^m_{l'}$ individus mâles de génotype $g_{l'}$, où les vecteurs $(n^f_1, ..., n^f_{Card(\mathcal{G})}, n^m_1, ..., n^f_{Card(\mathcal{G})})$ suivent une loi multinomiale.

On note N^{birth} le nombre d'individus total à naître. Ces individus vont naître à la position de leur mère x. Les individus mâles (respectivement femelles) auront comme caractéristiques $(g_{l'}, Phéno_m(x, g_{l'}, t))$ (respectivement $(g_{l'}, Phéno_f(x, g_{l'}, t))$).

-Si l'horloge "mort de l'individu" sonne pour un individu mâle ou femelle alors l'individu disparaît.

Le processus est bien défini

L'espace d'états est l'ensemble des mesures de comptage sur $\bar{\mathcal{X}} \times \mathcal{U}$.

Proposition

On pose $\nu_t = \nu_t^f + \nu_t^m$. *Sous des bonnes hypothèses et* $\mathbb{E}(\langle \nu_0, 1 \rangle) < +\infty$.
1) Alors $\mathbb{E}(\sup_{t \leq T} \langle \nu_t, 1 \rangle) < +\infty$ *pour tout* $T > 0$ *et le processus est bien défini sur* $\mathbb{R}^+$.
2) De plus, pour un $p \geq 1$ *donné,* $\mathbb{E}(\langle \nu_0, 1 \rangle^p) < +\infty$, *alors pour tout* $T > 0$

$$\mathbb{E}(\sup_{t \leq T} \langle \nu_t, 1 \rangle^p) < +\infty \quad (1)$$

Approximation en grande population

On fixe le couple de processus à valeurs mesures renormalisés suivant:

$$A_t^{m,N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_t^m} \delta_{(X_{m,t}^i, U_{m,t}^i)} = \frac{1}{N} \nu_t^{m,N},$$

$$A_t^{f,N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1+N_t^m}^{N_t^f + N_t^m} \delta_{(X_{f,t}^i, U_{f,t}^i)} = \frac{1}{N} \nu_t^{f,N}$$

qui prend ses valeurs dans $\mathcal{M}^N \times \mathcal{M}^N$, où $\mathcal{M}^N = \left\{ \frac{1}{N}\nu, \nu \in \mathcal{M} \right\}$.

Proposition

Sous des bonnes hypothèses, alors pour tout $T > 0$, la suite $(A^{f,N}, A^{m,N})_{n\in\mathbb{N}}$ converge en loi, dans $\mathbb{D}([0,T], M_F(\bar{\mathcal{X}} \times \mathcal{U}) \times M_F(\bar{\mathcal{X}} \times \mathcal{U}))$, vers un processus déterministe appartenant à $C([0,T], M_F(\bar{\mathcal{X}} \times \mathcal{U}) \times M_F(\bar{\mathcal{X}} \times \mathcal{U}))$.

1 Introduction

2 Expérience

3 Modèle mathématique
- Définition
- Résultats

4 Simulations

5 Perspectives

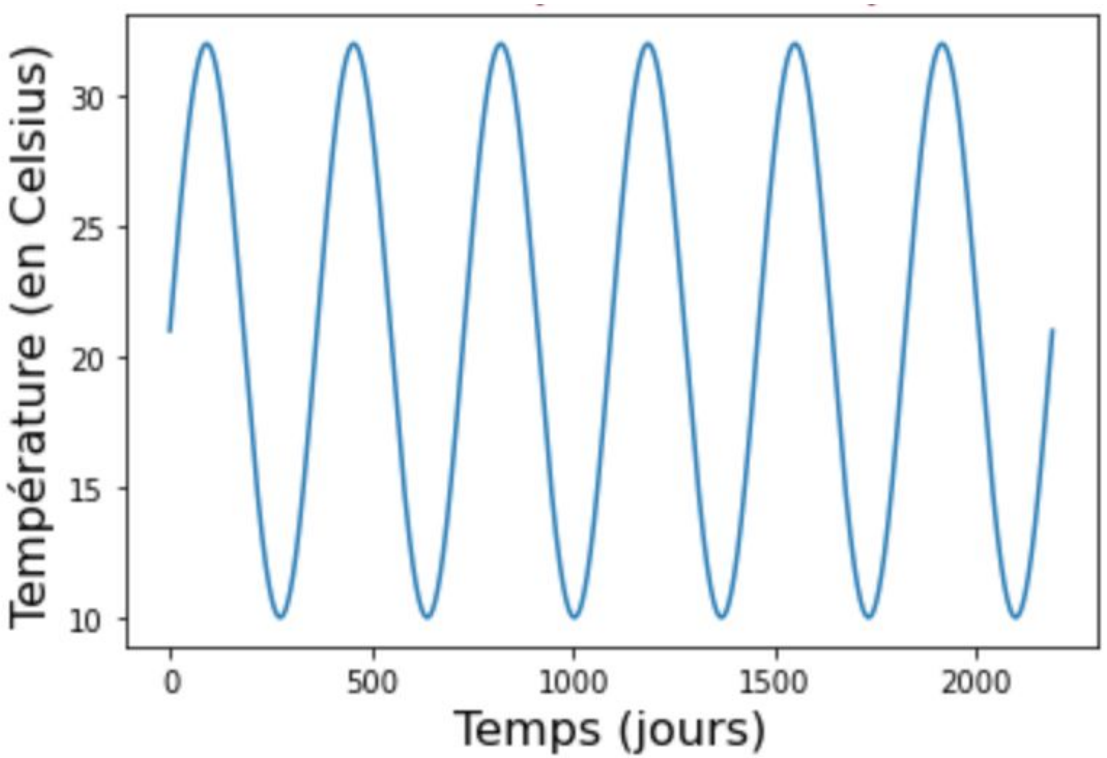
Exemple

- On s'intéresse à une population dont les individus ont un génotype à valeurs dans $\mathcal{G} = \{AA, Aa, aa\}$;

- Pour les individus femelles :
  - on considère que les individus AA (respectivement aa) ont une pigmentation dans $[6, 10]$ (respectivement dans $[0, 6]$) à la naissance;
  - Les individus Aa ont une pigmentation qui respecte l'inversion de dominance, donc dans $[0, 10]$;
  - Dans les périodes chaudes, elles ont des pigmentations proches de la borne inférieure de l'intervalle et inversement pour les périodes froides;
- Pour les individus mâles, on considère que leur pigmentation est fixé à 10 indépendemment de leur génotype et de la température;

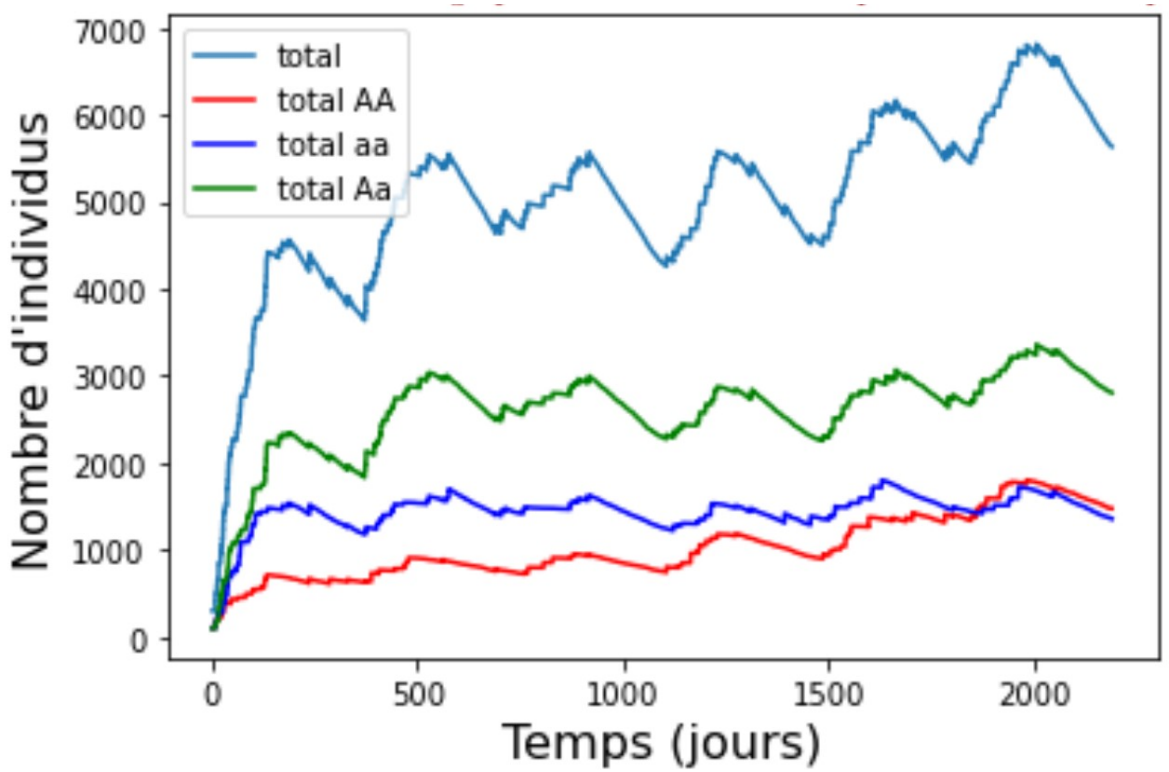
- $\mathcal{X} = [-1000, 1000]$.

Fonction température

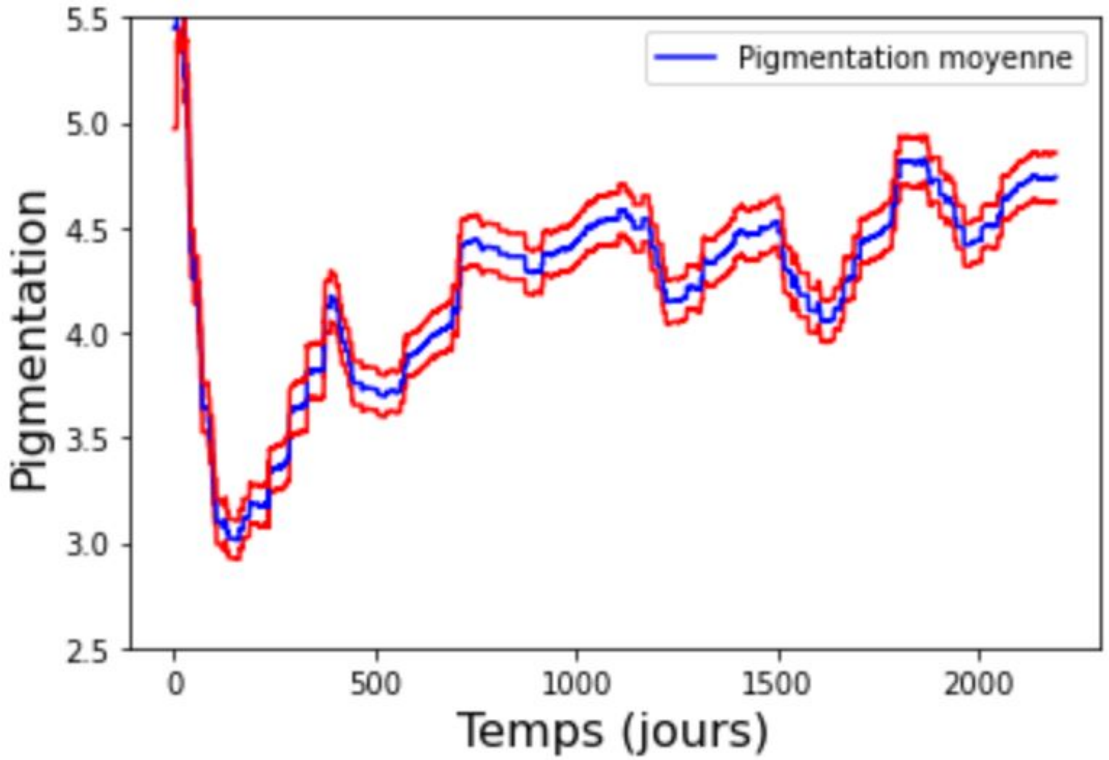


Courbe de la fonction température de 0 à 6 ans

Evolution démographique et génétique d'une population au cours du temps



La pigmentation moyenne des femelles d'une population au cours du temps



Perspectives

- Introduire des variations spatiales de la température dans les simulations;

- étudier par simulation un modèle avec plusieurs loci;

- Mettre en place un modèle où il y a un échantillonnage forcé et aléatoire d'un petit nombre d'individus qui survivent pendant l'hiver.

Merci pour votre attention !

- Massey J.H. and Wittkopp P.J. The genetic basis of pigmentation differences within and between drosophila species. Current topics in developmental biology, 119 :27–61, 2016.

- Céline Prevost. Applications des équations aux dérivés partielles aux problèmes de dynamique des populations et traitement numérique. PhD thesis, Orléans, 2004.

- Nicolas Champagnat and Sylvie Méléard. Invasion and adaptive evolution for individual based spatially structured populations. Journal of Mathematical Biology, 55(2) :147–188, 2007.