Comparaison de deux méthodes d'optimisation topologique pour la conception de micro-mécanismes compliants : FlexIn et level set

Houari Mechkour(1), **François Jouve**(2), **Christine Rotinat-Libersa**(3), **Catherine Bidard**(3) **& Yann Perrot**(3)

(1) École Polytechnique, Centre de Mathématiques Appliquées (UMR CNRS 7641), Palaiseau, F-91128 France
(2) Université Paris 7 – Denis Diderot, Laboratoire J.L.Lions (UMR CNRS 7598), Paris, F-75252 France
(3) CEA, LIST, Service de Robotique Interactive, 18 route du Panorama, BP 6, Fontenay aux Roses, F-92265 France
mechkour@cmapx.polytechnique.fr

Résumé :

Cet article présente brièvement deux méthodes d'optimisation pour la synthèse de structures flexibles. La première est une méthode heuristique utilisant des blocs flexibles élémentaires, et la seconde est une méthode d'optimisation déterministe, appelée méthode des courbes de niveaux. Nous illustrons ici l'efficacité de chacune des deux techniques, dans le cadre de la conception préliminaire de micro-mécanismes, et nous donnons leurs apports à travers l'exemple d'un inverseur de force. Nous donnons enfin les limites rencontrées pour une stratégie de couplage entre ces deux techniques d'optimisation, ainsi que les perspectives envisagées de développement.

Abstract :

This paper presents briefly two methods for the optimal design of compliant mechanisms. The first one is an heuristic technique using flexible building blocks, and the second one, determinist, is called the level set method. In this paper, we illustrate the efficiency of these techniques for the preliminary design of micromechanisms. Finally, considering the advantages of both optimization methods, we propose to re-design a force inverter by coupling the two methods. We disccuss the limits of this strategy, before giving developpement perspectives.

Mots-clefs :

structures flexibles ; optimisation topologique ; algorithme génétique ; courbes de niveaux

1 Introduction

La conception de mécanismes flexibles peut être vue comme un problème d'optimisation de forme, avec un choix particulier de fonctions objectif. Dans ce cadre, nous présentons et nous comparons deux méthodes de conception optimale de mécanismes compliants. La première utilise un algorithme génétique pour rechercher l'agencement optimal de blocs flexibles élémentaires. Ceci permet d'obtenir des structures intéressantes, en un temps de calcul raisonnable. Cette méthode est implémentée, pour des mécanismes plans, dans un logiciel nommé $FlexIn$. La seconde méthode est la méthode des lignes de niveaux (ou level set). Elle est basée sur une utilisation conjointe de la représentation de la forme par une courbe de niveaux, et de la dérivation d'un champ scalaire par rapport au domaine. La variation de la forme revient à la résolution d'une équation de transport sur ce champ scalaire.
Nous présentons ici brièvement les deux techniques, dans le cadre de la conception de mécanismes compliants, et nous illustrons leurs apports respectifs à travers l'exemple classique d'un mécanisme inverseur de déplacement. Nous examinons enfin la faisabilité d'une stratégie de couplage entre ces deux méthodes, et donnons les limites rencontrées.

2 La méthode des blocs flexibles élémentaires

Cette méthode (développée au CEA LIST par Bernardoni *et al.* (2004a), Bernardoni *et al.* (2004b) et Rotinat-Libersa *et al.* (2006)), utilise une approche évolutionnaire pour la synthèse optimale de mécanismes compliants, constitués par l'assemblage de super-éléments.

2.1 Principe de la méthode

$FlexIn$ utilise une bibliothèque de 36 éléments flexibles élémentaires, appelés blocs. Ce sont des réseaux de poutres inscrits dans des rectangles (voir Fig.1(a)). Leur assemblage permet de décrire de nombreuses structures.
La méthode stochastique proposée dans $FlexIn$ consiste à optimiser la topologie pour un encombrement donné, tout comme les paramètres dimensionnels et le matériau. De nombreux autres paramètres peuvent aussi être optimisés (Rotinat-Libersa *et al.* (2006)). L'algorithme utilisé est un algorithme génétique multi-objectif inspiré de Deb *et al.* (2000), structuré de la façon suivante (Fig.1(b)) : Définition du problème traité (taille du maillage, topologie, matériau et épaisseur, conditions limites, actionneurs,...) ; Évaluation des individus (calcul des fonctions objectif) ; Optimisation à l'aide d'opérateurs stochastiques (modification de la description des mécanismes).

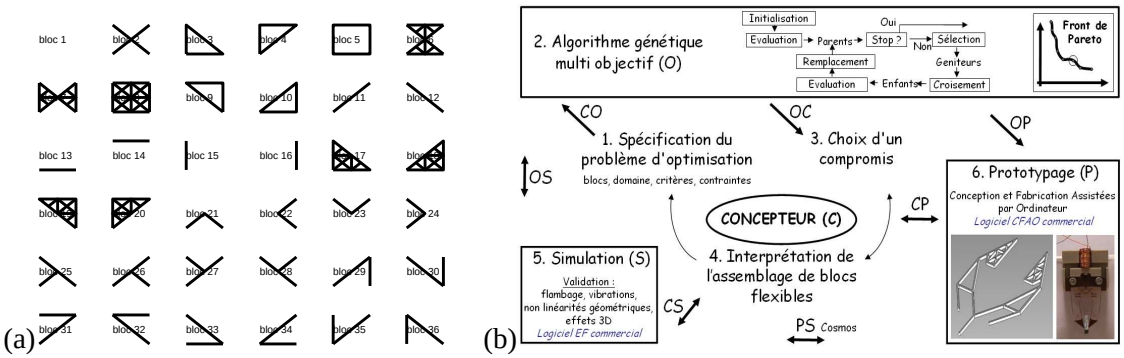

FIG. 1 – (a) : Bibliothèque des blocs flexibles utilisée dans $FlexIn$, (b) : Processus de conception optimale avec $FlexIn$.

2.2 Modèle mécanique des blocs flexibles

Comme pour la méthode de level set (voir partie 3), la spécification d'un mécanisme compliant consiste à définir le domaine de conception (maillage) et les conditions limites, telles que les points fixes, le point d'entrée (actionneur) et le point de sortie. Dans $FlexIn$, les hypothèses de calcul sont les suivantes : calcul statique, petites perturbations, matériau homogène élastique linéaire, poutres de Navier-Bernoulli à section rectangulaire. Elles sont utilisées pour le calcul de la matrice de rigidité de chaque bloc, en considérant toutes les combinaisons autorisées entre les valeurs des variables du problème d'optimisation. Ces matrices sont condensées (avant le démarrage du processus) puis assemblées lors de l'optimisation. Elles permettent le calcul des différents critères par résolution de problèmes aux éléments finis.

2.3 Algorithme génétique multi-objectifs

De nombreux critères d'optimisation sont disponibles dans $FlexIn$, dont le déplacement et la force de sortie, l'avantage géométrique (GA), et l'avantage mécanique (MA). L'algorithme d'optimisation génère un ensemble de solutions candidates à l'optimum, dans le cas d'une étude multi-objectifs (distance à une cible choisie), et une seule solution dans le cas d'une optimisation mono-critère. Les performances, et d'autres caractéristiques de la structure optimale choisie, peuvent être analysées en post-traitement, à l'aide de logiciels commerciaux aux éléments finis.

3 La méthode des courbes de niveaux

Cette section se base sur les principaux résultats présentés dans Allaire *et al.* (2004) et Allaire *et al.* (2005). Pour plus de détails, le lecteur est invité à s'y reporter.

3.1 Dérivée de forme

Soit Ω un domaine borné de $\mathbb{R}^d$ $(d = 1, 2, 3)$, régulier, inclus dans un domaine de travail D borné qui contient toutes les formes admissibles. Nous considérons un problème d'optimisation de forme du type $\inf\limits_{\{\Omega\subset D,\, \Omega \text{ admissible}\}} J(\Omega)$ où $J(\Omega)$ est la fonction-coût que l'on cherche à optimiser. Elle dépend de Ω à travers le champ de déplacement u, solution du problème d'élasticité linéaire posé sur Ω. Dans le cadre de l'optimisation de mécanismes, la fonction-coût que nous utilisons s'inspire du GA (avantage géométrique), et s'écrit :

$$J(\Omega) = -\frac{\displaystyle\int_\Omega \chi_{out}(x)(l_{out}(x), u(x))\, dx}{\Big(\displaystyle\int_\Omega \chi_{in}(x)|u|^2(x)\, dx\Big)^{1/2}} \tag{1}$$

où χ_{in} et χ_{out} sont les fonctions caractéristiques correspondant aux sous-domaines d'entrée et de sortie (cf. Fig. 2), et l_{out} est un vecteur qui détermine la direction de sortie souhaitée.
Suivant l'approche de Murat-Simon, il est possible de calculer la dérivée de forme de J en Ω, qui mesure les variations de J pour une variation infinitésimale du bord de Ω ($\partial\Omega = \Gamma_N U \Gamma_D$) suivant un champ vectoriel θ. Soit p l'état adjoint, solution du problème adjoint au problème d'élasticité considéré initialement pour u. Si on néglige les forces volumiques et si l'on suppose que les zones d'application des forces surfaciques sont fixes (non optimisables), la dérivée de J est donnée par :

$$J'(\Omega)(\theta) \;=\; \int_{\partial\Omega} v\theta.n \,\mathrm{d}s \tag{2}$$

où

$$v = \Big(\frac{(l_{out}, \chi_{out}u)}{C_1} - \frac{\chi_{in}|u|^2}{2C_2}\Big)J(\Omega) + Ae(p).e(u),\; C_1 = \int_\Omega (l_{out}, \chi_{out}u)\,\mathrm{d}x, \text{ et } C_2 = \int_\Omega \chi_{in}|u|^2\,\mathrm{d}x. \tag{3}$$

3.2 Paramétrisation de la forme par une courbe de niveaux

Nous paramétrons la frontière de Ω par la fonction courbe de niveaux ψ définie sur D par :

$$\begin{cases} \psi(x) = 0 & \Leftrightarrow \quad x \in \partial\Omega \cap D, \\ \psi(x) < 0 & \Leftrightarrow \quad x \in \Omega, \\ \psi(x) > 0 & \Leftrightarrow \quad x \in (D\backslash\bar{\Omega}). \end{cases} \tag{4}$$

Les équations de l'élasticité pour le champ de déplacement u, ainsi que pour l'adjoint p, sont prolongées à tout le domaine D par la méthode du matériau fictif : les trous $D\backslash\bar{\Omega}$ sont remplis avec un matériau mou remplaçant le vide, pour éviter la singularité de l'opérateur d'élasticité.

3.3 Algorithme d'optimisation

Bouger la frontière de Ω suivant la direction de descente $-J^{'}(\Omega)$ revient à transporter ψ par l'équation d'Hamilton-Jacobi :

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} - v|\nabla\psi| = 0, \tag{5}$$

où v est défini dans (3).
Nous utilisons l'algorithme, présenté dans Allaire *et al.* (2004) et Allaire *et al.* (2005) :

1. Initialisation de la fonction level set ψ_0 correspondant à une forme initiale Ω_0.
2. Itération jusqu'à convergence, pour $j \geq 0$:
   (a) calcul de l'état u_j et de l'état adjoint p_j par la résolution de deux problèmes d'élasticité linéarisée posés sur Ω_j,
   (b) déformation de Ω_j. La nouvelle forme Ω_{j+1} est caractérisée par la fonction courbe de niveaux ψ_{j+1} solution de (5) après un ou plusieurs pas de temps Δt_j, en partant de la condition initiale $\psi_j(x)$, avec la vitesse $-v_j$ calculée en fonction de u_j et de p_j. Δt_j est choisi tel que $J(\Omega_{j+1}) \leq J(\Omega_j)$. L'équation (5) est résolue par un schéma explicite décentré sur une grille cartésienne.
3. Pour des raisons de stabilité numérique, la fonction ψ_j est régulièrement réinitialisée en résolvant une autre équation d'Hamilton-Jacobi, dont la solution stationnaire est la fonction distance à la courbe de niveau 0 signée.

4 Synthèse optimale d'un mécanisme flexible inverseur par les deux méthodes

Dans cette section, nous proposons d'évaluer ces deux méthodes de synthèse optimale à l'aide d'un exemple de mécanisme plan couramment étudié dans la littérature : un inverseur de déplacement. Une force appliquée sur le centre du côté gauche du domaine doit provoquer un déplacement de sens opposé du centre du côté droit (Figure 2). Le domaine de calcul est un carré de dimensions $1 \times 1\ cm$ avec des conditions d'encastrement sur les deux coins de gauche. Nous utilisons les données matériau suivantes : le module d'Young est $E = 192.000MPa$ et le coefficient de Poisson ν vaut $0,3$. La force appliquée est $f = 0,5N$. $FlexIn$ et la méthode de level set ont fourni en sortie d'optimisation les solutions données figure 3 et figure 4.
Pour la synthèse optimale avec $FlexIn$, le problème traité considère les conditions de symétrie, et est réalisé sur le demi-domaine (ce qui impose l'obtention de solutions symétriques). Cette méthode ayant un caractère stochastique, qui dépend aussi du réglage des paramètres de l'algorithme (pourcentages de mutation et de déterminisme, critère de stagnation), la solution "pseudo-optimale" obtenue en fin de processus peut être différente à chaque optimisation, pour un même problème de conception (voir Bernardoni *et al.* (2004b)). La figure 3 illustre différentes solutions obtenues.
Pour l'optimisation par level set, le vide est remplacé par un matériau mou de module d'Young εE avec $\varepsilon = 10^{-3}$. Le module de ce matériau mou n'est pas suffisamment petit pour que son influence mécanique sur la structure soit totalement négligeable. Pour la solution optimale présentée Figure 4, le $GA = \dfrac{u_{out}}{u_{in}}$ obtenu à la convergence vaut $1,663$. Un calcul direct effectué a posteriori, en remplaçant le matériau mou par du vrai vide, donne un $GA = 2,438$.

On observe donc que les structures optimales obtenues par chacune de ces deux méthodes sont différentes : FlexIn fournit naturellement des structures treillis (base de la méthode), tandis que le level set fournit plutôt des structures composées de zones relativement rigides reliées par des articulations flexibles localisées (mais cet effet est très lié au choix du ε utilisé pour l'optimisation). On remarque aussi que les structures obtenues ont une valeur de GA très différente selon la méthode utilisée ($FlexIn$ semblant à ce stade fournir des structures "plus optimales" : $GA = 63,9$ contre $2,5$ pour le level set).

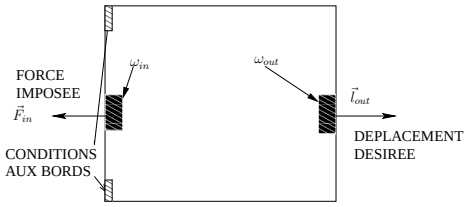

FIG. 2 – Définition du problème d'inverseur de déplacement.

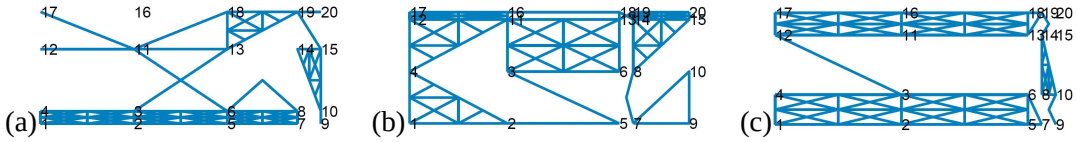

FIG. 3 – Inverseur de force optimisé par $FlexIn$: demi-solutions pseudo-optimales obtenues pour différentes optimisations (influence du caractère stochastique de l'algorithme). L'axe de symétrie se trouve sur le bord inférieur du domaine représenté. (a) : GA=39,91 ; (b) : GA=42,06 ; (c) : GA=63,86

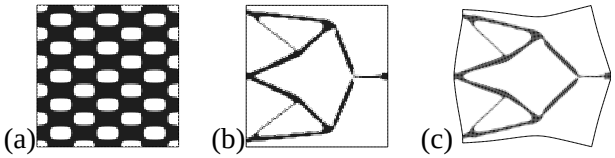

FIG. 4 – Inverseur de force optimisé par level set : Initialisation (a), Structure optimale obtenue au repos (b) et déformée (c) (le maillage est constitué de 101×101 éléments).

5 Étude de potentialité de couplage entre les deux méthodes

Les remarques précédentes nous ont conduit à examiner ce qui se produit lorsque l'on considère le couplage en série des deux méthodes, selon la stratégie suivante :

1. Une solution issue de $FlexIn$ est choisie, puis décrite par le mailleur 2D du level set.
2. En considérant cette initialisation, une optimisation est lancée par level set.

Cette stratégie a été testée sur le cas de l'inverseur de déplacement (figure 5). Pour une solution issue de $FlexIn$ possédant un $GA = 48,5$, l'optimisation par level set permet d'atteindre un $GA = 111,5$. Mais la topologie de la structure initiale s'avère globalement conservée. C'est, semble-t-il, l'amincissement de certaines zones de la structure (figure 5(b)) par la méthode de level set qui permet d'améliorer la valeur du critère à maximiser.

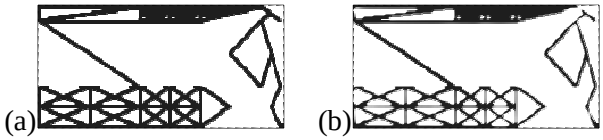

FIG. 5 – Optimisation en série d'un mécanisme inverseur : Initialisation de level set par $FlexIn$ (a), Optimisation par level set (b).

6 Conclusions et perspectives

Les deux techniques présentées dans ce travail ont montré chacune leur efficacité pour la conception préliminaire de structures flexibles. Une tentative d'utilisation de ces deux méthodes en série a montré que les modifications apportées par l'algorithme de level set à une structure préalablement optimisée à l'aide de $FlexIn$ sont assez marginales. Une raison du comportement algorithmique observé dans ce couplage peut être que, rien n'a été pris en compte dans ce problème d'optimisation, afin d'empêcher la structure de se fragiliser pour maximiser le GA. Une analyse plus poussée devrait être menée en considérant, par exemple, un critère caractérisant l'amplification des forces en plus de celle des déplacements (critère pondéré), pour tenter de comprendre et de justifier les tendances observées lors de la comparaison et du couplage des deux méthodes. On peut néanmoins considérer chacune d'elle comme un outil d'aide à la conception, pour synthétiser des formes non intuitives ou améliorer des formes déjà conçues.

Remerciements : Ce travail a été rendu possible grâce au financement des deux contrats CEA-4000154343 et CEA-4000237437, par le Laboratoire de Robotique et Mésorobotique (LRM) du CEA LIST.

Références

Allaire, G., Jouve, F., Toader, A.M. 2004 Structural optimization using sensitivity analysis and a level set method. *J. Comp. Phys.* **194/1**, 363-393.

Allaire, G., Jouve, F. 2005 A level set method for vibration and multiple loads structural optimization. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* **94**, 3269-3290.

Bernardoni, P., Bidaud, P., Bidard, C., Gosselin, F. 2004 A new compliant mechanism design methodology based on flexible building blocks. *In Proc. of Smart Structure 2004, SPIE Modeling, Signal Processing and Control.* San Diego, USA. **66**.

Bernardoni, P. 2004 Outils et méthodes de conception de structures mécaniques à déformations réparties et actionnement discret - Applications en microrobotique. Thèse de Doctorat de l'Université Paris 6, Spécialité Mécanique Robotique.

Deb, K., Agrawal, S., Pratab, A., Meyarivan, T. 2000 A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization : Nsga-II. *In Proc. of the* 6th *Int. Conf. on Parallel Problem Solving from Nature.* Paris, France. 849-858.

Rotinat-Libersa, C., Perrot, Y., Friconneau, J.P., 2006 Potentialities of optimal design methods and associated numerical tools for the development of new micro- and nano- intelligent systems based on structural compliance. An example. *In IARP - IEEE/RAS - EURON Joint Workshop on Micro and Nano Robotics.* Paris, France. 11 p.