

Comptes rendus
hebdomadaires des séances
de l'Académie des sciences /
publiés... par MM. les
secrétaires perpétuels

Académie des sciences (France). Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels. 1835-1965.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.
- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.
- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter utilisationcommerciale@bnf.fr.

du camphre, pour remplacer celui qui avait été dissous ou entraîné par le pus : au bout d'une semaine, la plaie a commencé à marcher vers la cicatrisation, et les bourgeons charnus se sont produits de la façon la plus satisfaisante.

(Renvoi à la Commission des prix de Médecine et de Chirurgie.)

CORRESPONDANCE.

M. J.-F. BRANDT, nommé Correspondant pour la Section d'Anatomie et de Zoologie, dans la séance du 4 juillet 1870, adresse de Saint-Petersbourg ses remerciements à l'Académie.

M. KNOCH adresse, de Saint-Petersbourg, des remerciements pour la récompense dont ses travaux sur le Botriocéphale large ont été l'objet, dans le Concours de l'année 1869 (séance du 11 juillet 1870).

M. LE SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Une brochure de *M. E. Favre*, portant pour titre : « Études sur la Géologie des Alpes. Le massif du Moléson et les montagnes environnantes dans le canton de Fribourg ».

2° Un volume de *M. Grimaud* (de Caux), portant pour titre : « L'Académie des Sciences pendant le siège de Paris, de septembre 1870 à février 1871 ».

HYDRODYNAMIQUE. — *Théorie de l'intumescence liquide appelée onde solitaire ou de translation, se propageant dans un canal rectangulaire.* Note de **M. J. BOUSSINESQ**, présentée par M. de Saint-Venant.

« Je me propose d'établir théoriquement les lois des ondes observées par J. Scott-Russell et par M. Bazin dans des canaux rectangulaires, sensiblement horizontaux et de longueur indéfinie, contenant un liquide de profondeur constante, et aussi la formule que M. Bazin a déduite de ses expériences (*Savants étrangers*, t. XIX, et Rapport de M. Clapeyron, *Comptes rendus*, 10 août 1863), pour calculer la vitesse d'un courant de débit constant, propagé dans le même liquide. J'admettrai que celui-ci se trouve en repos au moment où les ondes l'atteignent : s'il était en mouvement par

filets rectilignes et parallèles de vitesses assez peu différentes, on pourrait, avec une certaine approximation, comme le prouvent de nombreuses expériences de M. Bazin, le supposer immobile par rapport à des axes coordonnés animés de la moyenne de ces vitesses, et rapporter les ondes à ce système d'axes.

» Les mouvements étudiés étant les mêmes sur toute la largeur du canal, il suffit de les considérer dans un plan vertical dirigé suivant sa longueur. Dans ce plan, je prendrai, suivant le sens de la propagation des ondes, le fond horizontal pour axe des x , et une verticale dirigée en haut pour axe des y ; enfin j'appellerai H la profondeur constante du liquide en repos, y , ou $H + h$ la profondeur dans les parties agitées, h , la valeur maximum de h , valeur dont le rapport à H sera néanmoins supposé assez petit; ρ la densité; u et v les composantes, à l'époque t , de la vitesse en (x, y) ; u_1 et v_1 les composantes pareilles en un point de la surface libre; enfin ω la vitesse de propagation des ondes.

» Je m'occuperai d'abord des ondes solitaires, dont les caractères distinctifs sont : 1° de produire, au moment de leur passage, des vitesses sensiblement constantes du fond à la surface, de manière que u et sa dérivée en x varient peu avec y ; 2° de parcourir de grandes distances avec une vitesse de propagation constante et sans altération notable. Il suit de ce deuxième caractère que u, v sont seulement fonctions de $x - \omega t, y$, et aussi que les frottements sont insensibles et qu'on peut s'appuyer sur les équations ordinaires de l'hydrodynamique. Comme d'ailleurs u, v sont nuls autour de chaque molécule avant que l'onde y passe, ils s'y trouveront, à toute époque, d'après un théorème connu de Lagrange et de Cauchy, les dérivées partielles en x et y d'une fonction φ ; et une formule usuelle donnera, p désignant l'excès de la pression en un point sur celle de l'atmosphère,

$$(1) \quad \frac{p}{\rho} = g(H - y) - \frac{d\varphi}{dt} - \frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi^2}{dx^2} + \frac{d\varphi^2}{dy^2} \right) = g(H - y) - \frac{d\varphi}{dt} - \frac{1}{2}(u^2 + v^2).$$

» Mais u et v n'étant fonctions que de $x - \omega t, y$, l'on a

$$(2) \quad \frac{d^2\varphi}{dx dt} = -\omega \frac{d^2\varphi}{dx^2}, \quad \frac{d^2\varphi}{dy dt} = -\omega \frac{d^2\varphi}{dx dy}; \quad \text{d'où} \quad \frac{d\varphi}{dt} = -\omega \frac{d\varphi}{dx} + \text{fonct. arbitr. de } t.$$

Cette fonction arbitraire est nulle; car, pour $x = \infty$ et $y = H$, p, u, v sont nuls; et, d'après (1), la dérivée de φ en t l'est également. Celle-ci peut donc être remplacée, dans (1), par $-\omega u$. Il résulte d'ailleurs de l'incompressibilité du liquide que le volume $\theta \int_0^{x_1} u dy$, passé à travers une section normale

durant un instant θ , est égal à celui, $\omega\theta h$, qui se trouve de plus au delà de cette section au bout du même instant. A une première approximation, u ne dépend pas de y , et il vient successivement

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} u = \frac{\omega h}{H}, \quad \frac{du}{dx} = \frac{\omega}{H} \frac{dh}{dx}, \\ v = - \int_0^y \frac{du}{dx} dy = - \frac{\omega}{H} \frac{dh}{dx} y, \quad \frac{du}{dy} = \frac{dv}{dx} = - \frac{\omega}{H} \frac{d^2 h}{dx^2} y. \end{array} \right.$$

» Multiplions la dernière (3) par dy et intégrons en déterminant la constante au moyen de la condition précédente d'incompressibilité, nous aurons

$$(4) \quad u = \frac{\omega h}{H+h} + \frac{\omega}{6H} \frac{d^2 h}{dx^2} (H^2 - 3y^2), \quad \text{d'où} \quad u_1 = \frac{\omega h}{H} \left[1 - \frac{h}{H} - \frac{H^2}{3h} \frac{d^2 h}{dx^2} \right].$$

Portant dans la relation (1), spécifiée pour la surface libre, les valeurs de v_1 et de u_1 données par (3) et (4), il vient

$$(5) \quad \omega^2 = gH \left[1 + \frac{3}{2} \frac{h}{H} + \frac{H}{2h} \frac{dh^2}{dx^2} + \frac{H^2}{3h} \frac{d^2 h}{dx^2} \right].$$

» L'intégrale première de cette équation, si l'on appelle C une constante, est

$$(6) \quad \frac{dh^2}{dx^2} = -3 \left(\frac{h}{H} \right)^2 - \frac{2\omega^2}{gH} \left(\frac{1}{3} - \frac{h}{H} \right) + C e^{-3 \frac{h}{H}},$$

ou sensiblement, en déterminant C de manière que la dérivée de h en x s'annule pour $h = 0$, développant l'exponentielle jusqu'au terme en h^3 , et observant qu'on peut, d'après (5), remplacer, dans ce terme, ω^2 par gH ,

$$(7) \quad \frac{dh^2}{dx^2} = 3 \left(\frac{\omega^2}{g} - H - h \right) \frac{h^2}{H^3}.$$

Au sommet de l'onde, où $h = h_1$ et où la dérivée de h en x est nulle, cette formule (7) devient $\omega^2 = g(H + h_1)$, qui a été trouvée expérimentalement par J. Russell et vérifiée par M. Bazin. Si l'onde était négative ou que h_1 (alors valeur minimum de h) fût < 0 , la même dérivée, nulle pour $h = h_1$, serait imaginaire, d'après (6), pour $h > h_1$: on ne peut donc pas appliquer aux ondes négatives la théorie actuelle, ni, par suite, l'hypothèse consistant à admettre que u, v dépendent seulement de $x - \omega t, y$, ou que, même à une seconde approximation, l'onde se propage uniformément et sans se déformer. En effet, J. Russell et M. Bazin ont reconnu que ces ondes s'altèrent promptement et qu'elles sont d'ailleurs suivies de plusieurs autres, alternativement positives et négatives: on doit se contenter jusqu'à présent, à

leur égard, de la première approximation, due à Lagrange et résumée par les deux formules $\omega^2 = gH$, $uH = \omega h$.

» Si ωt désigne l'abscisse pour laquelle $h = h_1$, l'intégrale de (6) est

$$(8) \quad 4h_1 = \left[2 + e^{\sqrt{\frac{3h_1}{H^3}}(x-\omega t)} + e^{-\sqrt{\frac{3h_1}{H^3}}(x-\omega t)} \right] h.$$

» La surface libre est donc symétrique par rapport à la verticale mobile $x = \omega t$, et est tout entière au-dessus du niveau $y = H$. Sa courbure, sensiblement mesurée par la dérivée seconde de h en x , a pour expression, d'après (5), le quotient par $2H^3$ de $3h(2h_1 - 3h)$: il y a deux points d'inflexion seulement, pour h égal aux deux tiers de h_1 , et, par suite, une seule convexité ou onde formée par le liquide. Le volume fluide Q , qui constitue cette onde, est, par unité de largeur,

$$2 \int_0^{h_1} h \frac{dx}{dh} dh = 4 \sqrt{\frac{H^3 h_1}{3}},$$

intégrale dont la valeur s'obtient en substituant à la dérivée de x en h son expression tirée de (6) : on en déduit h_1 et ω en fonction de Q .

» Supposons actuellement que l'onde ne se termine pas à son arrière, comme il arrive si elle est produite par une effusion permanente de liquide ou par un refoulement continu de l'eau vers les x positifs. Les vitesses u , v ne pourront plus être partout de simples fonctions de $x - \omega t$, y ; car, si l'onde se propageait d'après les lois précédentes, la surface, représentée par (8), finirait par s'abaisser, du côté des x négatifs, jusqu'au niveau $y = H$, où l'eau serait immobile, conséquence impossible dans l'hypothèse d'une onde sans fin. Les expériences de M. Bazin, tout en montrant l'uniformité du mouvement de propagation de la lame liquide, d'une hauteur constante h_0 , qui forme le corps de l'onde, me paraissent établir, en effet, que les renflements placés à sa tête, et dont il appelle le premier et le plus élevé *onde initiale*, sont très-variables de forme et de hauteur : la théorie précédente ne s'applique donc plus. Toutefois, une démonstration donnée par M. de Saint-Venant (*Comptes rendus*, t. LXXI, p. 186, 18 juillet 1870) permet d'obtenir la formule expérimentale de M. Bazin,

$$\omega^2 = g(H + 1,5h_0),$$

même dans le cas où le rapport de h_0 à H ne serait pas très-petit. Cette démonstration, simple application du théorème sur les quantités de mouvement, consiste à considérer pendant un instant θ le volume liquide compris, au commencement de cet instant, entre deux sections $x = x_0$, où la profondeur est $H + h_0$, et $x = x_1$, où elle est H , et à évaluer le produit

par θ de la différence des pressions $0,5\rho g(H + h_0)^2$, $0,5\rho gH^2$, exercées sur les deux sections, à la quantité de mouvements acquise par ce volume suivant les x , durant le même instant, quantité égale à $\rho\omega\theta(H + h_0)u$, en vertu de la progression de l'onde, moins celle, $\rho u\theta(H + h_0)u$, que possède le liquide, étranger au volume considéré, qui a traversé la section $x = x_0$ pendant l'instant θ . En remplaçant u par sa valeur tirée de la relation d'incompressibilité $(H + h_0)u = h_0\omega$, et négligeant un terme positif en h^2 , généralement insensible et dont l'omission doit compenser d'ailleurs celle du frottement contre le fond et les bords, il vient bien

$$\omega^2 = g(H + 1,5h_0). \text{ »}$$

PHYSIQUE. — *Sur la dissociation au point de vue de la thermodynamique.* Note de M. J. MOUTIER, présentée par M. H. Sainte-Claire Deville.

« M. H. Sainte-Claire Deville, à qui l'on doit la découverte du phénomène de la dissociation, a montré que des gaz, réputés jusqu'alors indécomposables par la chaleur, éprouvent, au contraire, par l'effet de la chaleur, une décomposition progressive, caractérisée par une tension de dissociation susceptible d'être mesurée en millimètres de mercure, comme la tension d'une vapeur (1). Les expériences de M. Debray sur la dissociation du spath d'Islande et l'efflorescence des sels (2), celles de M. Isambert sur la dissociation de certains chlorures ammoniacaux à basse température (3), ont établi que la tension de dissociation croît avec la température, suivant une loi tellement régulière, que M. Lamy a pu faire servir la tension de dissociation à la mesure des températures (4).

» M. H. Sainte-Claire Deville a signalé le premier l'analogie qui existe entre la dissociation et la vaporisation, et tracé nettement la marche à suivre dans l'étude de la dissociation au point de vue de la thermodynamique. Lorsque la tension de dissociation est fonction de la température seule, comme cela paraît avoir lieu d'une manière générale pour tous les composés directs, les formules établies par M. Clausius (5) pour la vaporisation et la fusion sont directement applicables à la dissociation.

(1) *Leçons sur la dissociation* faites en 1864 devant la Société chimique; Paris, Hachette.
— *Leçons sur l'affinité*, 1869, Hachette.

(2) *Comptes rendus*, t. LXIV, p. 603, et t. LXVI, p. 194.

(3) *Annales de l'École Normale*, t. V, p. 129.

(4) *Comptes rendus*, t. LXIX, p. 347, et t. LXX, p. 393.

(5) *Théorie mécanique de la chaleur*, traduite par F. Folie, t. I, p. 59, 41 et 404.