

TD 7 : Densité, fonction de répartition

Exercice 1.

Soit X une variable aléatoire de densité f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ xe^{-x^2/2} & \text{sinon} \end{cases}$$

Vérifier que f est une densité de probabilité.

Exercice 2.

On considère la fonction F définie par :

$$F(x) = \frac{e^x}{e^x + e^{-x}}, x \in \mathbb{R}$$

Montrer que F est la fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle continue X . Donner une densité de X .

Exercice 3.

Soit X une variable aléatoire continue de fonction de répartition F avec :

$$F(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \frac{x}{2})e^{-x/2} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Déterminer la densité de probabilité de X .

Exercice 4.

Comme chacun sait, la durée de vie d'une savonnette (en jours) est une variable aléatoire réelle dont la loi admet une densité :

$$f(t) = \lambda^2 t e^{-\lambda t} \mathbf{1}_{[0, +\infty[}(t).$$

Une longue expérience indique que la moyenne $E(T)$ est de 20 jours.

- Calculer le paramètre λ .
- Calculer la fonction de répartition de T .

Exercice 5.

Soit X une variable aléatoire continue, à valeurs dans \mathbb{R}^+ , de densité f . Soit $Y = |X|$. Donner, en fonction de f , la loi de Y .